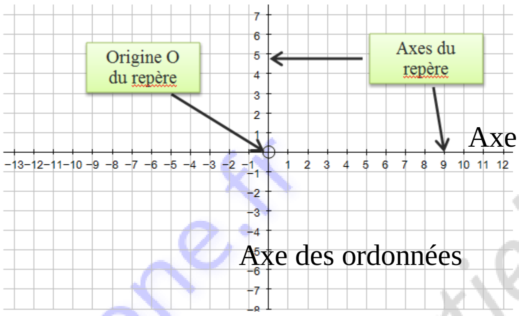
➤➤ Rappels ≺≺

1°) Repère du plan

➤ Vocabulaire : Pour repérer un point dans le plan, il faut munir le plan d'un repère. Un repère est formé de deux droites graduées et sécantes appelées axes du repère. L'axe horizontal est l'axe des abscisses. L'axe vertical est l'axe des ordonnées. Les deux axes se coupent en un point O appelé « Origine du repère ».



2°) Coordonnées d'un point du plan

➤ Définitions et notations **très importantes** :

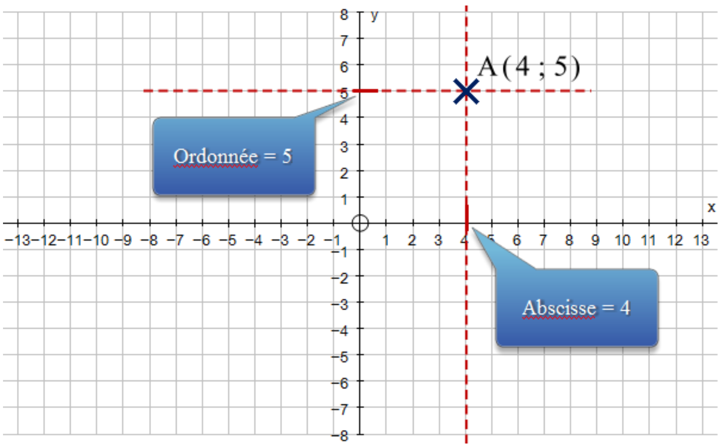
Tout point A du plan est repéré par deux nombres :

- son abscisse, notée x_A
- son ordonnée, notée y_A

Les nombres x_A et y_A sont les coordonnées du point A. On utilise la notation suivante : $A(x_A\,;y_A)$

Exemple 1 : la notation $M(2;\,3)$ signifie que l'abscisse du point M est $x_M=2$
et que l'ordonnée du point M est $y_M=3$

Exemple 2 : Placement du point $A\,(4\,;5)$



Si ces rappels ne sont pas suffisants, allez tout de suite consulter les cours de 3ème, dans le chapitre « Repérage dans le plan et fonctions » !!

Visiter le site Oxogone.fr

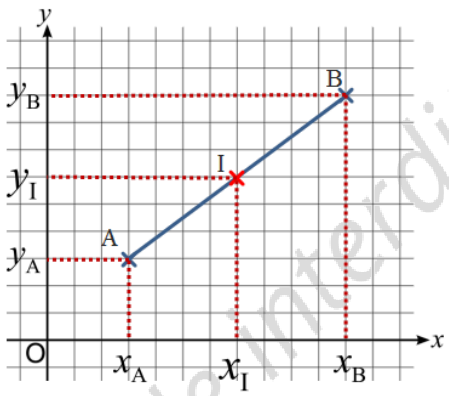
➢➢ Module 1 : Coordonnées du milieu d'un segment ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

➢ La propriété essentielle :

Soient A et B deux points du plan muni d'un repère orthogonal.
Soit I le milieu du segment [AB]

Les coordonnées de I sont : $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$



Exemple : Le plan est A (5 ; 6) et B (3 ; -2) sont deux points du plan muni d'un repère
Soit I le milieu du segment [AB]

Les coordonnées de I sont : $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{5+3}{2} = 4$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{6+(-2)}{2} = 2$

Donc $I(4;2)$

➢➢ Module 2 : Coordonnées et calculs de distances ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

➢ La propriété essentielle :

Soient $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère **orthonormé**.

La distance entre les points A et B, notée AB , est telle que :

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ et, par conséquent : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple : Soient $A(4;7)$ et $B(-2;3)$ deux points du plan muni d'un repère orthonormé.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-2-4)^2 + (3-7)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{36+16} \\ &= \sqrt{52} \\ &\simeq 7{,}21 \end{aligned}$$

Visiter le site Oxogone.fr Cours de maths en ligne

➤ Remarque : la formule de la distance n'est utilisable que si le repère est orthonormé alors que la formule de calcul des coordonnées du milieu d'un segment est valable si le repère est seulement orthogonal.

Pour rappel :

- un repère du plan est orthogonal si les axes sont perpendiculaires
- un repère du plan est orthonormé s'il est orthogonal et si, en plus, les axes sont gradués de la même manière.

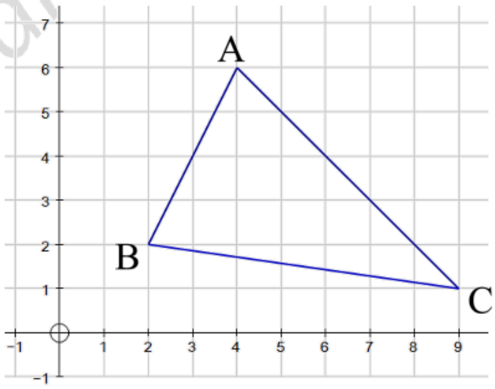
➤➤ Module 3 : Calculs de distances et triangles ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

La formule de calcul de la distance entre deux points du plan permet de vérifier si un triangle est isocèle, équilatéral ou rectangle.

1°) Calculs de distances et triangle isocèle

Rappel : un triangle est isocèle si deux de ses côtés ont la même longueur. Le sommet de l'angle formé par ces deux côtés est le sommet principal.



Exemple : Soient $A(4;6)$; $B(2;2)$ et $C(9;1)$ trois points du plan muni d'un repère orthonormé. Après placement des points, on se demande si le triangle ABC ne serait pas isocèle de sommet principal C.

Propriété à vérifier : le triangle ABC est isocèle de sommet principal C si, et seulement si : $AC = BC$

Méthode à suivre :

❶ On calcule AC et BC à l'aide des coordonnées des points et de la formule de la distance.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(9-4)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$

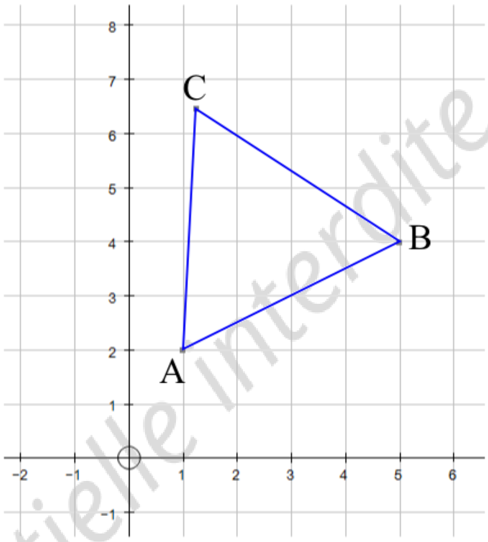
$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(9-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

❷ On vérifie si les distances calculées sont bien égales.

Ici, nous avons bien : $AC = BC$, donc le triangle ABC est bien isocèle de sommet principal C.

2°) Calculs de distances et triangle équilatéral

Rappel : un triangle est équilatéral si ses trois côtés ont la même longueur.



Exemple : Soient $A(1;2)$; $B(5;4)$ et $C(3-\sqrt{3};3+2\sqrt{3})$ trois points du plan muni d'un repère orthonormé. Après placement des points, on se demande si le triangle ABC ne serait pas équilatéral

➤ Propriété à vérifier :

le triangle ABC est équilatéral si :

AB = AC = BC , soit si : $AB^2 = AC^2 = BC^2$

(*On utilise les carrés des distances car cela permet d'éviter d'alourdir les calculs avec les racines carrées, déjà que les coordonnées de C en comportent* !!)

➤ Méthode à suivre :

❶ On calcule AB^2, AC^2 et BC^2 à l'aide des coordonnées des points et de la formule de la distance.

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (5-1)^2 + (4-2)^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (3-\sqrt{3}-1)^2 + (3+2\sqrt{3}-2)^2 = (2-\sqrt{3})^2 + (1+2\sqrt{3})^2 = 7-4\sqrt{3}+13+4\sqrt{3} = 20$$

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (3-\sqrt{3}-5)^2 + (3+2\sqrt{3}-4)^2 = (-2-\sqrt{3})^2 + (-1+2\sqrt{3})^2 = 7+4\sqrt{3}+13-4\sqrt{3} = 20$$

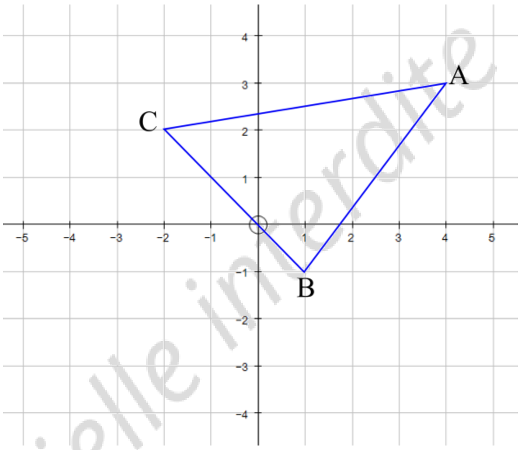
Si vous avez du mal avec les racines carrées, consultez le cours interactif. N'hésitez pas non plus à réviser les cours de 3ème.

❷ On vérifie si les trois distances calculées sont bien égales

Ici, nous avons bien : $AB^2 = AC^2 = BC^2 = 20$, soit AB = AC = BC . Le triangle ABC est bien équilatéral.

3°) Calculs de distances et triangle rectangle

Exemple : Soient $A(4;3)$; $B(1;-1)$ et $C(-2;2)$ trois points du plan muni d'un repère orthonormé. Après placement des points, on se demande si le triangle ABC ne serait pas rectangle en B



➢ Propriété à vérifier :

le triangle ABC est rectangle en B si :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (Théorème de Pythagore)

➢ Méthode à suivre :

❶ On calcule AC^2, AB^2 et BC^2 à l'aide des coordonnées des points et de la formule de la distance.

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (-2-4)^2 + (2-3)^2 = (-6)^2 + (-1)^2 = 36 + 1 = 37$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (1-4)^2 + (-1-3)^2 = (-3)^2 + (-4)^2 = 9 + 16 = 25$$

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (-2-1)^2 + (2-(-1))^2 = (-3)^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$$

❷ On contrôle si la relation établie à l'aide du théorème de Pythagore est vérifiée :

$AB^2 + BC^2 = 25 + 18 = 37 = AC^2$ La relation est vérifiée. Le triangle ABC est bien rectangle en B