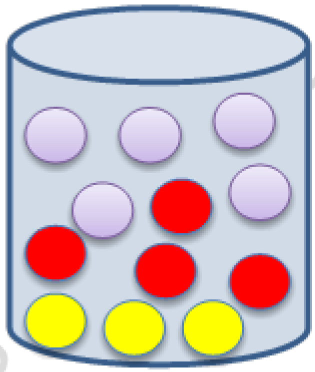
➢➢ Module 1 : Probabilités : notions de base ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Rappel des notions de base

a) Définitions essentielles



➢ Une **expérience aléatoire** est une expérience dont le résultat n'est pas connu à l'avance.

Exemple : si on considère l'urne ci-contre, tirer une boule au hasard et regarder sa couleur est une expérience aléatoire car on ne connait pas à l'avance la couleur de la boule tirée.

➢ Les **issues** d'une expérience aléatoire sont les résultats possibles de cette expérience aléatoire.

Exemple : dans l'exemple de l'urne, les issues possibles sont : jaune, rouge et bleu.

➢ La **probabilité** d'une issue est le nombre théorique dont se rapproche la fréquence de réalisation de l'issue si on reproduit un grand nombre de fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Exemple : la probabilité de l'issue « jaune » est $\frac{3}{12} = 0,25$ car il y a 3 boules jaunes sur 12 boules au total.

b) Loi de probabilité d'une expérience aléatoire

Dresser la loi de probabilité d'une expérience aléatoire consiste à regrouper les diverses issues possibles et leurs probabilités respectives.

La somme des probabilités de toutes les issues doit être égale à 1 .

Exemple : loi de probabilité de l'expérience de l'urne

Issues →	x_i	Jaune	Rouge	Bleue
Probabilités →	p_i	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$

$p_1 + p_2 + p_3 = 1$

Loi de probabilité
de l'expérience aléatoire

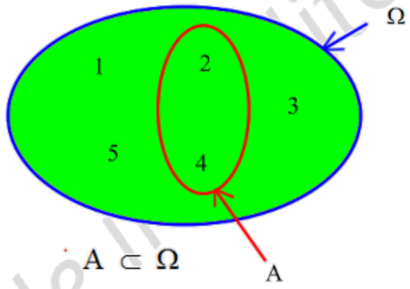
c) Loi équirépartie

Une loi de probabilité est **équirépartie** si toutes les issues ont la même probabilité. On parle alors de situation d'**équiprobabilité**.

2°) Evénements

a) Notion d'événement d'une expérience aléatoire

Un **événement** d'une expérience aléatoire est un ensemble formé d'une ou plusieurs issues de cette expérience aléatoire.



Exemple : une urne contient 4 boules portant le n°1 ; 3 boules portant le n°2 ; 5 boules portant le n°3 ; 2 boules portant le n°4 et 6 boules portant le n°5. On tire une boule au hasard et on s'intéresse au numéro qu'elle porte.

On note Ω l'ensemble de toutes les issues possibles : $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$

Soit $A = \{ 2 ; 4\}$ un sous-ensemble de Ω. L'ensemble A est un événement de cette expérience aléatoire.

b) Cas particuliers

- Un **événement impossible** est un événement dont la probabilité est nulle.

Exemple : dans l'exemple de l'urne ci-dessus, l'événement B = « La boule porte le n°6 » est impossible car $p(B) = 0$.

- Un **événement certain** est un événement dont la probabilité est égale à 1

Exemple : dans l'exemple de l'urne, l'événement C = « La boule porte un numéro supérieur ou égal à 1 et inférieur ou égal à 5 » est certain car $p(C) = 1$.

- Propriété à retenir : quel que soit l'événement A : $0 \leqslant p(A) \leqslant 1$

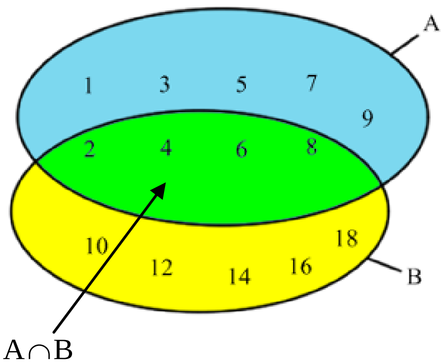
c) Loi équirépartie

Dans le cadre d'une loi équirépartie, nous avons, quel que soit l'événement A :

$$p(A) = \frac{\text{Nombre d'issues dans A}}{\text{Nombre d'issues dans } \Omega}$$

3°)Intersection et réunion d'événements

a) Intersection d'événements



- Définition : Soient A et B deux ensembles. Considérons que ces ensembles sont composés d'issues d'une même expérience aléatoire. On appelle intersection de ces deux ensembles (ou de ces deux événements) et on note $A \cap B$, l'ensemble formé des issues communes à A et à B.

Exemple : si $A = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ et si $B = \{2;4;6;8;10;12;14;16;18\}$,

alors $A \cap B = \{2;4;6;8\}$

b) Réunion d'événements

➢ Définition : Soient A et B deux ensembles. Considérons que ces ensembles sont composés d'issues d'une même expérience aléatoire. On appelle réunion de ces deux ensembles (ou de ces deux événements) et on note $A \cup B$, l'ensemble formé des issues qui appartiennent à A ou à B.

Exemple : si $A = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ et si $B = \{2;4;6;8;10;12;14;16;18\}$, alors
$A \cup B = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12;14;16;18\}$

c) Une propriété importante

Quel que soient les événements A et B d'une même expérience aléatoire :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

d) Evénements incompatibles

➢ Définition : deux événements d'une même expérience aléatoire sont **incompatibles** s'ils n'ont aucune issue commune.

➢ Conséquence : si A et B sont deux événements incompatibles d'une même expérience aléatoire, alors :

$$A \cap B = \varnothing \quad \text{et} \quad p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

4°) Evénement contraire

➢ Définition : soit A un événement d'une expérience aléatoire. On appelle **événement contraire** de A, et on note $\overline{A}$ l'événement formé de toutes les issues de Ω qui ne sont pas dans A.

➢ Conséquence : quel que soit l'événement A : $p(A) + p(\overline{A}) = 1$

➢➢ Module 2 : Fluctuation d'échantillonnage ➣➣

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Intervalle de flutuation

➢ Formule à retenir : Dans une population donnée, un caractère donné apparaît avec une proportion *p*.
Dans cette population, on prélève un échantillon de taille *n* et on calcule la fréquence f d'apparition du caractère dans l'échantillon. Nous sommes certains à 95% que la fréquence f se situe dans l'intervalle : $\mathrm{I}=\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$

L'intervalle I est l'intervalle de fluctuation des fréquences au seuil de 95%.

➢ Conséquence : dans la situation décrite ci-dessus, si on prélève un certain nombre d'échantillons de taille *n*, il y en a au moins 95% qui ont une fréquence f comprise dans l'intervalle de fluctuation.

➢ Limites de validité : les propriétés évoquées ci-dessus ne sont vraies que si $n \geqslant 25$ et $0,2 \leqslant p \leqslant 0,8$

➢ Notion d'échantillon représentatif : un échantillon de taille *n* est jugé « représentatif » de la population étudiée pour le caractère considéré si la fréquence f d'apparition du caractère dans l'échantillon est comprise dans l'intervalle de fluctuation.

2°) Intervalle de confiance

➢ Formule à retenir : Dans une population donnée, un caractère donné apparaît avec une proportion *p*.
Dans cette population, on prélève un échantillon de taille *n* et on calcule la fréquence f d'apparition du caractère dans l'échantillon. Nous sommes certains à 95% que la proportion *p* se situe dans l'intervalle $\mathrm{I}=\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$

L'intervalle I est l'intervalle de confiance.

➢ Limites de validité : les propriétés évoquées ci-dessus ne sont vraies que si $n \geqslant 25$ et $0,2 \leqslant p \leqslant 0,8$

Schéma récapitulatif :