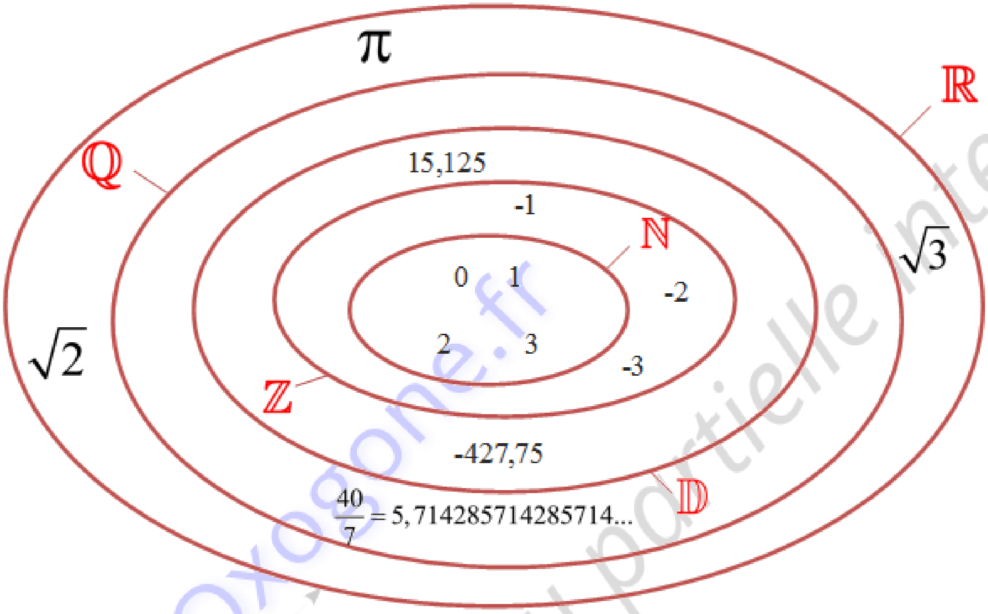
## ➤➤ Module 1 : Ensembles de nombres et intervalles de ℝ ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

### 1°) Ensembles de nombres




Les principaux ensembles de nombres sont :

- L'ensemble ℕ des entiers naturels , c'est-à-dire les nombres entiers positifs comme 0 ; 1 ; 2 ou 3

- L'ensemble ℤ des entiers relatifs, c'est-à-dire les nombres entiers positifs ou négatifs, comme -1 ; -2 ou -3

Remarque : tous les entiers naturels de l'ensemble ℕ sont aussi des entiers relatifs, donc l'ensemble ℤ contient tous les éléments de ℕ. Nous dirons que ℕ est inclus dans ℤ. Nous noterons : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

- L'ensemble 𝔻 des nombres décimaux relatifs, c'est-à-dire les nombres positifs ou négatifs ayant, après la virgule, un nombre fini de décimales, comme 15,125 ou - 427,75

Remarque : l'ensemble 𝔻 contient tous les entiers relatifs de ℤ. Donc $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$

- L'ensemble ℚ des nombres rationnels, c'est-à-dire tous les nombres, positifs ou négatifs, pouvant être écrits sous la forme du quotient de deux nombres entiers, c'est-à-dire sous forme de fraction, comme $\frac{40}{7}$

Remarque : tous les nombres décimaux relatifs peuvent être écrits sous la forme d'une fraction (ex : $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ ), donc $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

Visiter le site Oxogone.fr Cours de maths en ligne

- L'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, c'est-à-dire tous les nombres rationnels et en plus les nombres irrationnels, comme $\pi$ ou $\sqrt{2}$. Ces nombres irrationnels ont la particularité d'avoir un nombre infini de décimales après la virgule, sans répétition à l'infini de la même combinaison de chiffres.

  Remarque : l'ensemble $\mathbb{R}$ contient tous les nombres rationnels, donc $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

➢ Propriété : si on regroupe toutes les inclusions évoquées précédemment, on obtient :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

➢ La droite des réels

Si on trace une droite horizontale et qu'on la munit d'une graduation, puis qu'on place un point n'importe où sur cette droite, il y aura toujours un nombre réel correspondant à l'abscisse de ce point sur cette droite. Il n'y a pas de « trous » dans l'ensemble des nombres réels, contrairement aux autres ensembles.

Cette droite graduée est alors appelée « **droite des réels** ».

## 2°) Intervalles de $\mathbb{R}$

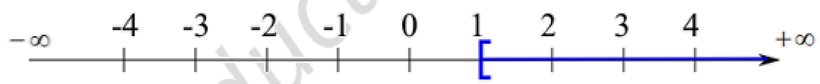
➢ Définition : Les intervalles de $\mathbb{R}$ sont des « parties » de l'ensemble $\mathbb{R}$.

Exemple : L'ensemble des nombres réels $x$ tels que $x \geqslant 1$, c'est-à-dire l'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à 1 pourra être représenté sous la forme d'un intervalle comme ceci : $x \in [\,1\,;+\infty\,[$ pour indiquer que le nombre $x$ peut varier de 1 (compris) à aussi grand que l'on veut, c'est-à-dire $+\infty$.

➢ Représentation d'un intervalle.

Un intervalle de $\mathbb{R}$ peut être représenté sur la droite des réels.

Exemple : l'intervalle $[\,1\,;+\infty\,[$ peut être représenté comme ceci :




➢ Précision sur l'orientation des crochets

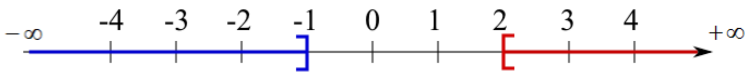
On ferme le crochet, c'est-à-dire qu'on le tourne vers l'intérieur de l'intervalle, lorsqu'on veut indiquer que la borne est comprise dans l'intervalle. On l'ouvre si on veut exclure la borne de l'intervalle.

Exemple : l'intervalle $]\,2\,;5\,]$ désigne tous les nombres compris entre 2 et 5. Le nombre 5 est compris dans l'intervalle puisque son crochet est fermé. Par contre, le nombre 2 n'est pas compris dans l'intervalle, puisque son crochet est ouvert vers l'extérieur, pour montrer qu'il est exclu.

Remarque : on ouvre toujours le crochet correspondant à $+\infty$ ou $-\infty$.

## 3°) Réunion d'intervalles

L'ensemble des nombres réels $x$ tels que : $x \leqslant -1$ ou $x \geqslant 2$ peut-être représenté de la manière suivante sur la droite des réels :




L'intervalle correspondant est la réunion des intervalles : $]-\infty\,;-1]$ et $[\,2\,;+\infty[$ . On le notera :

$$]-\infty\,;-1]\cup[\,2;+\infty[$$

**➤➤ Module 2 : Connaissances générales sur les fonctions ➤➤**

Consulter ce module sur Oxogone.fr

## 1°) Relation explicite d'une fonction

➤ Définition : Une fonction est une relation qui, à chaque valeur prise par une variable $x$ , associe une autre valeur calculée à l'aide d'une formule de calcul appelée « relation explicite de la fonction ». Si la fonction est nommée $f$ , la valeur calculée est notée $f(x)$


Rappel : le nombre $f(x)$ est l'**image** du nombre $x$ par la fonction $f$

Exemple : soit $f$ la fonction qui, aux valeurs prises par une variable $x$ , associe son double $f(x)=2x$
Si la variable $x$ prend la valeur 200, alors la fonction lui associe le nombre : $f(200)=2\times 200=400$
Si la variable $x$ prend la valeur 300, alors la fonction lui associe le nombre : $f(300)=2\times 300=600$

➤ Notation : pour définir la fonction $f$ décrite dans l'exemple, on peut utiliser la notation suivante :
$f\,:\,x \mapsto f(x)=2x$
La relation $f(x)=2x$ est la relation explicite de la fonction $f$

➤ Ensemble de définition d'une fonction

L'ensemble de définition d'une fonction $f$ , noté $D_f$ , est l'intervalle de $\mathbb{R}$ qui regroupe tous les réels $x$ dont l'image par la fonction $f$ est calculable.

Exemple 1 : l'ensemble de définition de la fonction $f:x \mapsto f(x)=2x$ est $\mathbb{R}$ tout entier car il est toujours possible de multiplier un nombre par 2.

Exemple 2 : Soit $f$ la fonction définie par la relation : $f(x)=\dfrac{4}{x}$ . On peut calculer l'image de n'importe quel nombre réel par cette fonction, sauf 0 car : $f(0)=\dfrac{4}{0}$ ce qui est impossible à calculer. L'ensemble de définition de cette fonction est donc $\mathbb{R}$ tout entier, sauf 0, que l'on notera $\mathbb{R}^*$

## 2°) Tableau de valeurs d'une fonction

Une fonction peut être définie par un tableau de valeurs

Exemple :

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -13 | -8 | -3 | 2 | 7 | 12 | 17 |

La $1^{ère}$ ligne regroupe des valeurs prises par la variable $x$

La $2^{ème}$ ligne regroupe les images de ces valeurs par la fonction $f$

Par exemple : l'image de 2 par la fonction $f$ est 7. Autrement dit : $f(2)=7$

## 3°) Courbe représentative d'une fonction

Définition : soit $f$ une fonction définie sur son ensemble de définition $D_f$

La courbe représentative de la fonction $f$ , notée $C_f$ , est l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que :

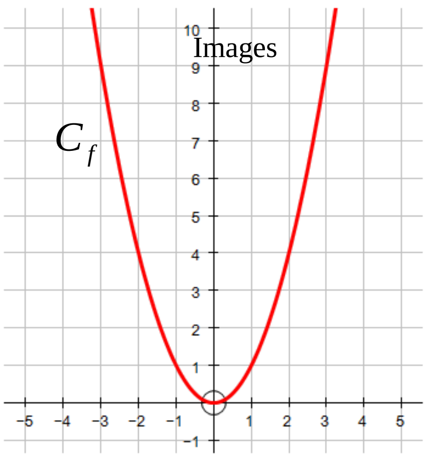
- l'abscisse $x$ décrit l'ensemble de définition $D_f$
- l'ordonnée $y$ est l'image du réel $x$ par la fonction $f$ , c'est-à-dire : $y=f(x)$

Par conséquent : $M(x;y)\in C_f \Leftrightarrow x\in D_f$ et $y=f(x)$

Exemple : Soit $f$ la fonction définie par la relation : $f(x)=x^2$

A partir de cette relation explicite, on peut calculer quelques images et obtenir ce tableau de valeurs :

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |



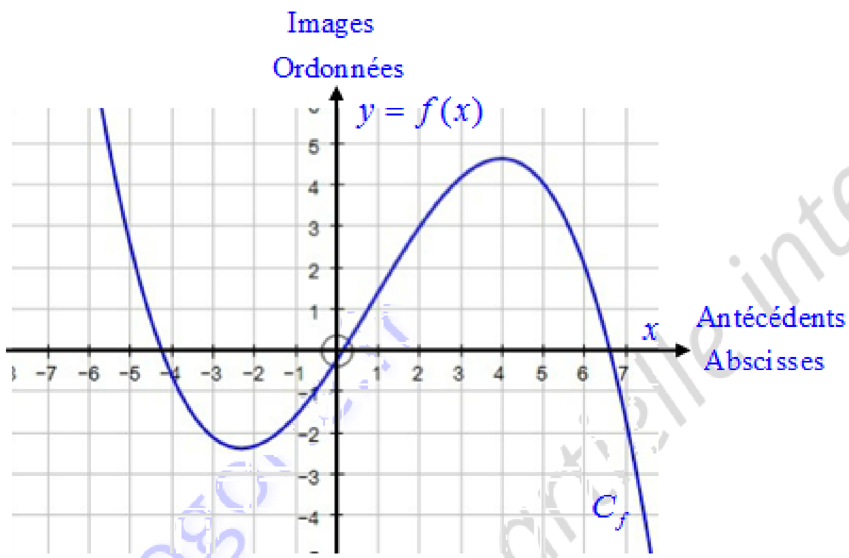

Supposons maintenant que chaque colonne du tableau corresponde aux coordonnées d'un point du plan muni d'un repère. On place tous les points correspondants et on les relie à main levée. On obtient la **courbe représentative** de la fonction $f$ , notée $C_f$ .

A retenir : les images $f(x)$ sont des ordonnées.

[Visiter le site](#) Oxogone.fr Cours de maths en ligne

## 4°) Recherche d'antécédents

➢ Rappel : Dans le cadre de l'étude d'une fonction $f$, les valeurs prises par $f(x)$ sont les **images**. Les valeurs prises par la variable $x$ sont les **antécédents**.




➢ Définition : Soit $f$ une fonction. Les antécédents d'un réel $k$ par la fonction $f$ sont tous les réels appartenant à $D_f$ tels que : $f(x) = k$

➢ Méthode : pour trouver des antécédents par calcul, il faut le plus souvent résoudre une équation.

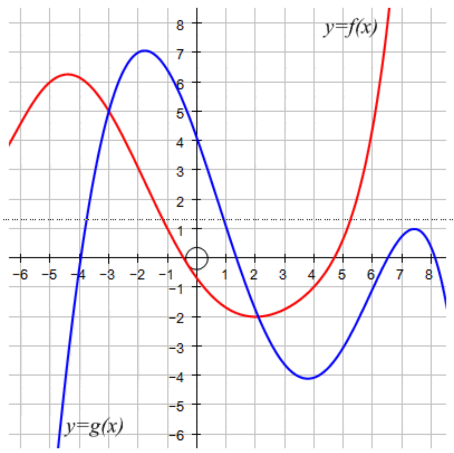
Exemple : On cherche les antécédents de 10 par la fonction $f : x \mapsto f(x) = 6x + 4$

Cela revient à résoudre l'équation : $6x + 4 = 10$

Résolution : $6x + 4 = 10 \Leftrightarrow 6x = 10 - 4 \Leftrightarrow 6x = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{6} \Leftrightarrow x = 1$

Conclusion : l'unique antécédent de 10 par la fonction $f$ est 1

## 5°) Points d'intersection de deux courbes représentatives




➢ A retenir : Soient deux fonctions $f$ et $g$. Les solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des deux fonctions

Exemple 1 : Les solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$ où $f$ et $g$ sont les fonctions représentées ci-contre sont : $x = -3$ et $x = 2$

Exemple 2 : Soient $f : x \mapsto 1,2x$ et $g : x \mapsto 0,8x + 20$

Nous avons : $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 1,2x = 0,8x + 20 \Leftrightarrow 1,2x - 0,8x = 20 \Leftrightarrow 0,4x = 20 \Leftrightarrow x = \dfrac{20}{0,4} \Leftrightarrow x = 50$

On peut en conclure que les courbes représentatives de ces deux fonctions n'ont qu'un seul point d'intersection et que l'abscisse de ce point d'intersection est $x = 50$.

## ➤➤ Module 3 : Sens de variation et inéquations ➤➤

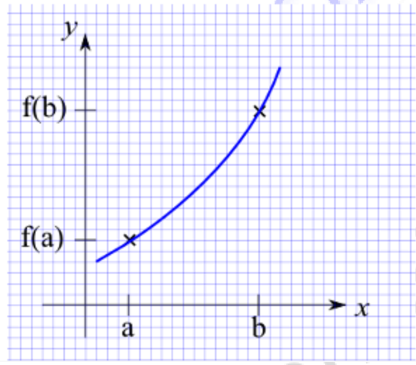
Consulter ce module sur Oxogone.fr

### 1°) Sens de variation d'une fonction

➤ L'essentiel à retenir : Soit $f$ une fonction définie sur un intervalle I

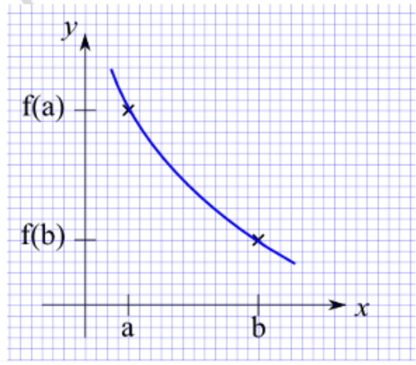
La fonction f est croissante sur I si, et seulement si, quels que soient les réels a et b de I :

$$a \leqslant b \Rightarrow f(a) \leqslant f(b)$$



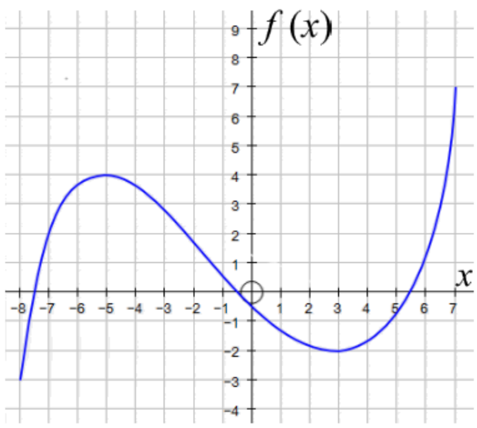

La fonction f est décroissante sur I si, et seulement si, quels que soient les réels a et b de I :

$$a \leqslant b \Rightarrow f(a) \geqslant f(b)$$




### 2°) Tableau de variation d'une fonction

Voici la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [-8\,;7]$.




Et voici son tableau de variation :

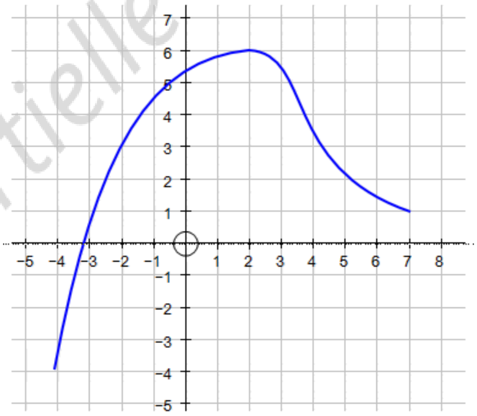
| x | -8 | | -5 | | 3 | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f (x) | -3 | ↗ | 4 | ↘ | -2 | ↗ | 7 |

## 3°) Maximum et minimum

➤ Définitions : Soit $f$ une fonction définie sur un intervalle I.

- si, quel que soit $x \in \mathrm{I}$ : $f(x) \leqslant \mathrm{M}$ , où M est un nombre réel, alors le réel M est le maximum de la fonction $f$ sur l'intervalle I
- si, quel que soit $x \in \mathrm{I}$ : $f(x) \geqslant \mathrm{m}$ , où m est un nombre réel, alors le réel m est le minimum de la fonction $f$ sur l'intervalle I

Exemple : Soit $f$ une fonction définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [-4;7]$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

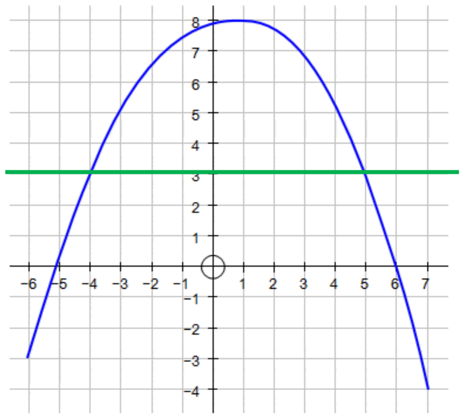


Quel que soit $x \in \mathrm{I}$ : $f(x) \leqslant 6$, donc 6 est le maximum de $f$ sur I

➤ Définition : le maximum et le minimum sont des **extremums** de la fonction.

## 4°) Résolution graphique d'inéquations

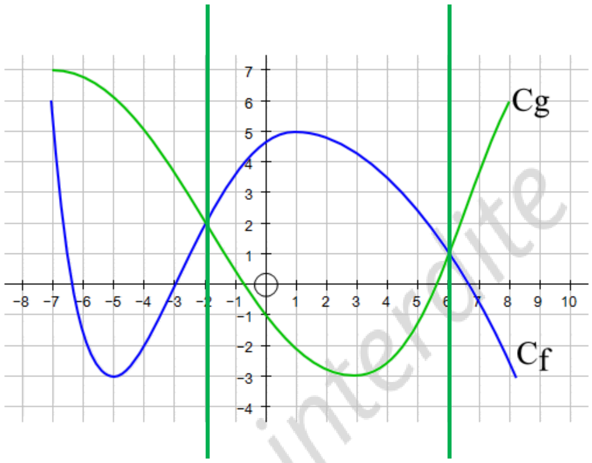
➤ Niveau 1



Soit $f$ une fonction dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

L'ensemble des réels $x$ tels que : $f(x) \geqslant 3$ est l'intervalle $[-4; 5]$ car tous les points de la courbe ayant une ordonnée supérieure ou égale à 3 (c'est-à-dire ceux sur ou au-dessus de la ligne verte) ont une abscisse comprise entre -4 et 5.

➢ Niveau 2 :




Les courbes représentatives de deux fonctions $f$ et $g$ vous sont données ci-contre.

Pour résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant g(x)$

- on repère la zone où $C_f$ est au-dessus de $C_g$ (c'est la zone entre les deux lignes vertes)

- on repère l'intervalle dans lequel varient les abscisses des points de cette zone . C'est l'intervalle $[-2\,;6]$

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ sont tous les réels $x$ de l'intervalle $[-2\,;6]$