➢➢ Module 1 : Signe d'une expression – Tableau de signes ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

Le tableau de signes de l'expression $3x-6$ est le tableau qui résume l'évolution du signe de $3x-6$ lorsqu'on fait varier *x* de $-\infty$ à $+\infty$

Le voici :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $3x-6$		$-$	0	$+$	

Signification :

- si on donne à *x* une valeur variant de $-\infty$ à 2, alors $3x-6$ est un nombre négatif
- si on donne à *x* une valeur variant de 2 à $+\infty$, alors $3x-6$ est un nombre positif
- si $x=2$, alors $3x-6=0$. On dit que l'expression $3x-6$ s'annule en 2.

➢ Bilan à retenir : signe d'une expression du premier degré de la forme $ax+b$

L'expression $ax+b$ change de signe lorsque $x=-\dfrac{b}{a}$

Le tableau de signes dépend du signe de a :

Lorsque $a>0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$-$	0	$+$	

Lorsque $a<0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	

➢➢ Module 2 : Etude du signe d'un produit ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Etude du signe d'un produit

L'étude du signe d'un produit comme celui-ci : $(3x-6)(5x+10)$ repose sur :

- une connaissance parfaite de la règle des signes : (+) × (+) = (+)   (+) × (-) = (-)
  (-) × (+) = (-)   (-) × (-) = (+)
- la connaissance du bilan sur le signe d'une expression de la forme $ax+b$ (voir module1 de ce cours)

Pour étudier le signe de l'expression $(3x-6)(5x+10)$:

❶ on dresse, dans le même tableau, le tableau de signes de l'expression $3x-6$ et celui de l'expression $5x+10$

❷ on utilise la règle des signes pour conclure sur le signe du produit $(3x-6)(5x+10)$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$3x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
$5x+10$		$-$	0	$+$		$+$	
$(3x-6)(5x+10)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On peut utiliser ce tableau pour, par exemple, résoudre l'inéquation : $(3x-6)(5x+10) \geqslant 0$

Le tableau nous indique que le produit $(3x-6)(5x+10)$ est positif lorsque x varie de $-\infty$ à - 2 et de 2 à $+\infty$.

L'ensemble des solutions de cette inéquation est donc : $S =]-\infty\,;-2] \cup [\,2\,;+\infty[$

2°) Inéquations se ramenant à l'étude du signe d'un produit

Prenons l'exemple suivant : $(x-3)(x+4)+(x-3)(x-2) \geqslant 0$

Pour résoudre cette inéquation, il faut transformer le membre de gauche en produit à l'aide d'une factorisation :

$$(x-3)(x+4)+(x-3)(x-2) = (x-3)\left[(x+4)+(x-2)\right] = (x-3)(2x+2)$$

Résoudre l'inéquation $(x-3)(x+4)+(x-3)(x-2) \geqslant 0$ revient à résoudre l'inéquation : $(x-3)(2x+2) \geqslant 0$, ce que l'on peut réaliser à l'aide d'un tableau de signes comme on vient de le voir au 1°) .

Après résolution, on obtient : $S =]-\infty\,;-3] \cup [-1\,;+\infty[$

⚠ Comme vous le voyez, la maîtrise de ces techniques repose sur une bonne maîtrise des factorisations. N'hésitez pas à aller revoir le cours de 3ème sur les factorisations.

➤➤ Module 3 : Etude du signe d'un quotient ◄◄

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Etude du signe d'un quotient

L'étude du signe d'un quotient comme celui-ci : $\dfrac{x+3}{x-5}$ repose sur la même technique que celle utilisée pour les produits. On établit un tableau de signes exactement de la même manière et on conclut à l'aide de la règle des signes car elle s'applique aussi aux quotients **MAIS** la valeur de x qui annule le dénominateur (ici 5), et pour laquelle le quotient n'existe pas, doit être mise en évidence à l'aide d'une double-barre verticale.

Cela donne le tableau suivant :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$\dfrac{x+3}{x-5}$		$+$	0	$-$	||	$+$	

Cette exclusion de la valeur 5 est à prendre en compte lors de la résolution d'inéquations.

Par exemple, si on veut résoudre l'inéquation : $\dfrac{x+3}{x-5} \geqslant 0$, on doit exclure 5 de l'ensemble des solutions.

On obtient alors : $S = \left]-\infty\,;-3\right] \cup \left]5\,;+\infty\right[$

2°) Inéquations se ramenant à l'étude du signe d'un quotient

Prenons l'exemple suivant : $\dfrac{x-2}{x+4} \geqslant 3$

Pour résoudre cette inéquation, il faut tout regrouper au membre de gauche et tout ramener au même dénominateur pour le transformer en quotient.

$$\frac{x-2}{x+4} \geqslant 3 \iff \frac{x-2}{x+4} - 3 \geqslant 0 \iff \frac{x-2}{x+4} - \frac{3(x+4)}{x+4} \geqslant 0 \iff \frac{-2x-14}{x+4} \geqslant 0$$

On peut alors utiliser la technique vue au cours précédent pour résoudre cette inéquation.

On obtient : $S = \left[-7\,;-4\right[$. Remarquez que – 4 est exclu de l'ensemble des solutions bien que l'inégalité ne soit pas stricte. On l'a exclu car c'est la valeur de x qui annule le dénominateur.

➢➢ Module 4 : Signe d'une fonction affine ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

➢ Rappel : Soit f une fonction. Cette fonction est affine s'il existe deux nombres réels a et b tels que :

$$f(x) = ax + b$$

➢ Signe d'une fonction affine :

Pour étudier le signe d'une fonction affine, on utilise les propriétés vues au début de ce chapitre concernant le signe d'une expression de la forme $ax+b$.

L'expression $ax+b$ change de signe lorsque $x = -\dfrac{b}{a}$

Le tableau de signes dépend du signe de a :

Lorsque $a > 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$-$	0	$+$	

Lorsque $a < 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	