➢➢ Module 1 : Découverte des équations de droites ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Des fonctions affines aux équations de droites

➢ Propriété essentielle

Soit f une fonction affine définie par la relation : $f(x) = ax + b$
La courbe représentative de la fonction f est une droite . L'**équation** de cette droite est l'expression : $y = ax + b$

Exemple : Soit f la fonction définie par la relation : $f(x) = -2x+5$
La courbe représentative de cette fonction est la droite d'équation : $y = -2x + 5$

2°) Appartenance d'un point à une droite

➢ Propriété essentielle

Un point A appartient à une droite (D) d'équation $y = ax + b$ si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (D), c'est-à-dire si : $y_A = ax_A + b$

Exemple : Soit (D) la droite d'équation : $y = 2x - 6$ Le point $A(4\,;2)$ appartient-il à la droite (D) ?
Le point A appartient à la droite (D) si : $y_A = 2x_A - 6$
Nous avons : $x_A = 4$ et $y_A = 2$ donc $y_A = 2x_A - 6 \Leftrightarrow 2 = 2\times 4 - 6 \Leftrightarrow 2 = 2$
L'égalité obtenue nous montre que le point A appartient à la droite (D).

3°) Comment calculer l'équation d'une droite ?

Soient $A(1\,;5)$ et $B(-2\,;-4)$ deux points du plan.
On désire calculer l'équation de la droite (AB), c'est-à-dire l'expression : $y = ax + b$

➢ Méthode 1 : On utilise la propriété vue au cours précédent avec chacun des points A et B :
$A \in (AB) \Rightarrow y_A = a\times x_A + b \Rightarrow 5 = 1\times a + b$
$B \in (AB) \Rightarrow y_B = a\times x_B + b \Rightarrow -4 = -2\times a + b$
ce qui donne le système d'équations : $\begin{cases} a + b = 5 \\ -2a + b = -4 \end{cases}$
Après résolution de ce système, on trouve : $a = 3$ et $b = 2$
L'équation de la droite (AB) est : $y = 3x + 2$

➢ Méthode 2 : On utilise la formule suivante permettant de trouver directement la valeur de a : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
On obtient dans cet exemple : $a = \dfrac{-4-5}{-2-1} = \dfrac{-9}{-3} = 3$
Pour trouver la valeur du coefficient b, on utilise l'appartenance du point A à la droite (AB) :
$A \in (AB) \Rightarrow y_A = a\times x_A + b \Rightarrow 5 = 3\times 1 + b \Rightarrow b = 2$
L'équation de la droite (AB) est : $y = 3x + 2$

4°) Cas particuliers

a) Droite passant par l'origine du repère.

➤ Propriété essentielle : Toute droite ayant une équation de la forme : $y = ax$ est une droite passant par l'origine du repère. Remarquez que cela arrive lorsque le coefficient b est égal à 0.

b) Droite horizontale (c'est-à-dire parallèle à l'axe des abscisses)

➤ Propriété essentielle : Toute droite ayant une équation de la forme : $y = b$ est une droite horizontale. Remarquez que cela arrive lorsque le coefficient a est égal à 0. Le nombre b est l'ordonnée commune à tous les points de la droite.

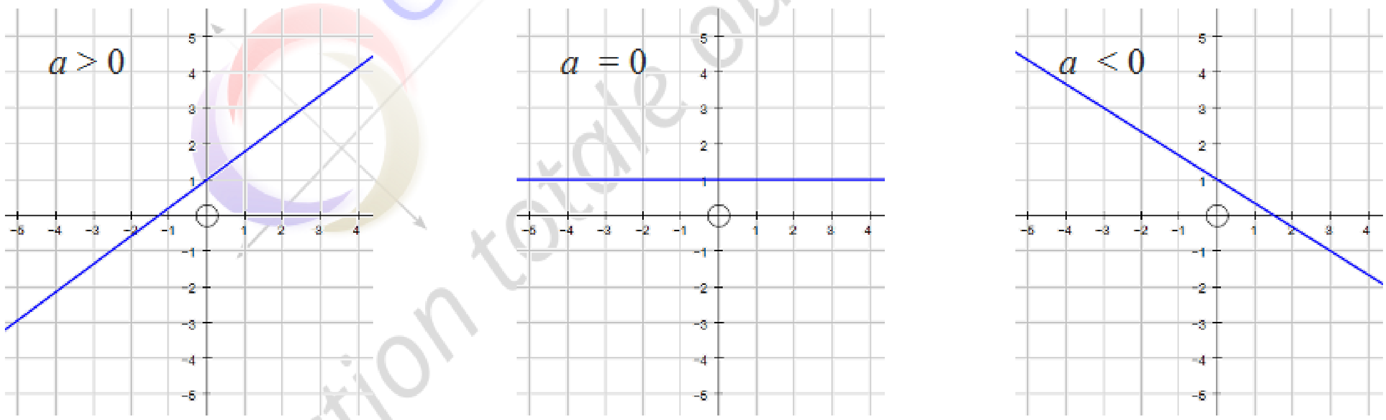
c) Droite verticale (c'est-à-dire parallèle à l'axe des ordonnées)

➤ Propriété essentielle : Toute droite ayant une équation de la forme : $x = k$ est une droite verticale. Cela arrive lorsqu'on ne peut pas calculer le coefficient a . Le nombre k est l'abscisse commune à tous les points de la droite.

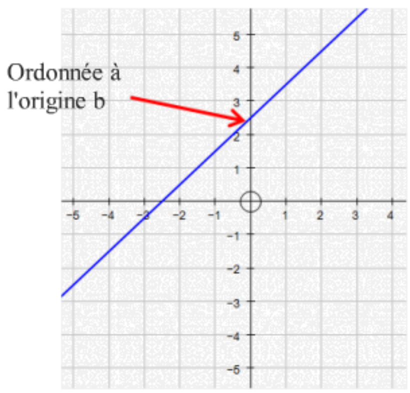
5°) Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Dans l'équation de droite $y = ax + b$:

- le coefficient a détermine l'inclinaison de la droite. On l'appelle le **coefficient directeur** de la droite.



- le coefficient b donne l'ordonnée du point de la droite situé sur l'axe des ordonnées. On l'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite.



6°) Droites parallèles

➢ Propriété essentielle : Deux droites sont parallèles si, et seulement si, elles ont le même coefficient directeur.
Soient (D) d'équation $y = ax + b$ et (D') d'équation $y = a'x + b'$

$(D) // (D') \Leftrightarrow a = a'$

Exemple : Les droites (D) d'équation $y = 2x + 4$ et (D') d'équation $y = 2x - 3$ sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur $a = 2$

7°) Droites perpendiculaires

➢ Propriété essentielle : Deux droites sont perpendiculaires si, et seulement si, le produit de leurs coefficients directeurs est égal à – 1
Soient (D) d'équation $y = ax + b$ et (D') d'équation $y = a'x + b'$

$(D) \perp (D') \Leftrightarrow a \times a' = -1$

Exemple : Les droites (D) d'équation $y = 4x - 1$ et (D') d'équation $y = -0,25x + 6$ sont perpendiculaires car : $4 \times (-0,25) = -1$

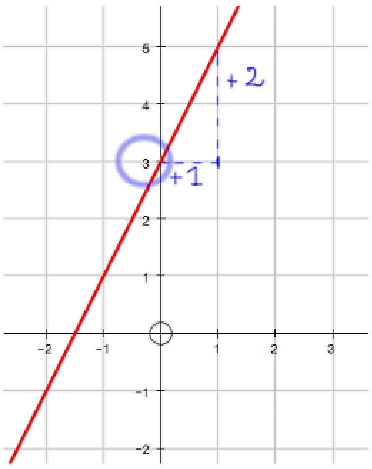
➢➢ Module 2 : Equation de droite et graphique ➣➣

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Lecture graphique de l'équation d'une droite

➢ La méthode à suivre

Pour trouver l'équation de la droite représentée ci-contre, qui est :
$y = 2x + 3$, on a :

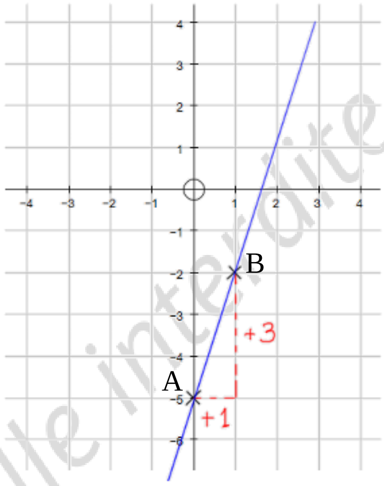


❶ repéré immédiatement l'ordonnée à l'origine $b = 3$

❷ constaté que si on progresse de + 1 sur l'axe des abscisses, les ordonnées augmentent de + 2, donc que le coefficient directeur est : $a = \frac{2}{1} = 2$

2°) Comment tracer une droite d'équation connue ?

➢ La méthode à suivre



Pour tracer la droite d'équation : $y = 3x - 5$, on a :

❶ constaté que l'ordonnée à l'origine était égale à -5 et donc placé dans le repère le point A (0 ; -5)

❷ constaté que le coefficient directeur était égal à 3. Par conséquent, à partir du point A, on a avancé d'une graduation en abscisses et monté de 3 graduations en ordonnée. On a obtenu le point B (1 ; -2)

❸ tracé la droite (AB)

3°) Equation cartésienne d'une droite

a) Définition

Toute équation linéaire à deux inconnues $ax + by + c = 0$ dans laquelle *a*, *b* et *c* sont trois nombres réels (avec $b \neq 0$) est l'**équation cartésienne** d'une droite.

Remarque : l'équation $y = ax + b$ que nous avons manipulée depuis le début de ce chapitre est l'**équation réduite** d'une droite.

Attention : les coefficients *a* et *b* sont différents d'une forme à l'autre

Exemple : Soit (D) la droite d'équation réduite : $y = 4x + 5$. Pour trouver son équation cartésienne, il faut tout transférer au membre de gauche. On obtient : $-4x + y - 5 = 0$. C'est une équation cartésienne de la droite (D).

b) Remarque importante

Toute droite du plan possède une équation réduite unique. Par contre, elle possède une infinité d'équations cartésiennes.

Exemple : Reprenons l'équation cartésienne de la droite (D) : $-4x + y - 5 = 0$ et multiplions les deux membres par -1. Nous obtenons : $4x - y + 5 = 0$. C'est aussi une équation cartésienne de la droite (D).

c) Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

➢ Propriété :

Soit (D) une droite ayant pour équation cartésienne $ax + by + c = 0$ avec $b \neq 0$.

Son coefficient directeur est le nombre : $-\dfrac{a}{b}$

Son ordonnée à l'origine est le nombre : $-\dfrac{c}{b}$

Visiter le site Oxogone.fr Cours de maths en ligne

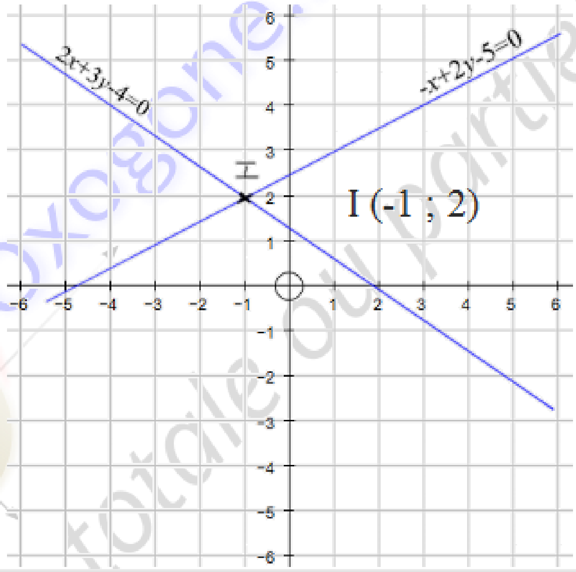
4°) Résolution graphique des systèmes d'équations

➤ Propriété essentielle :

Un système de deux équations à deux inconnues de la forme : $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ est formé de deux équations cartésiennes de droites. Les solutions x et y du système sont les coordonnées du point d'intersection des deux droites (si elles sont sécantes).

Exemple : si on résout le système : $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ -x+2y=5 \end{cases}$, on trouve comme solutions : $x=-1$ et $y=2$

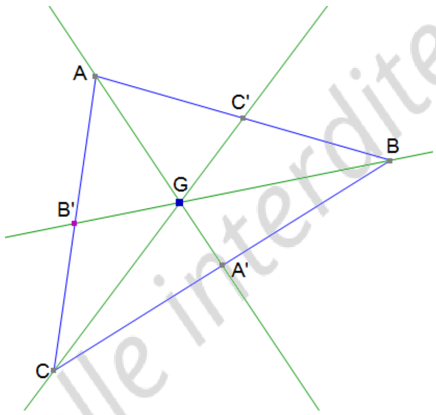
Et si on trace ces deux droites dans un repère, on constate que leur point d'intersection I a pour coordonnées $x=-1$ et $y=2$



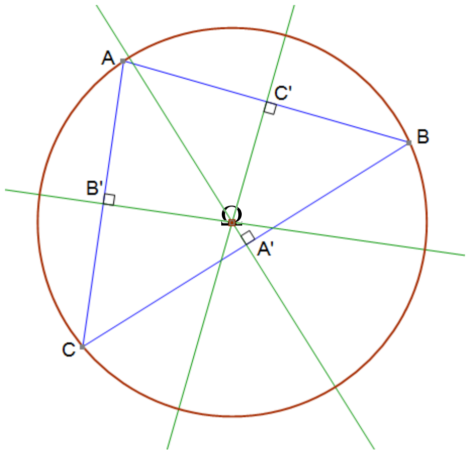
➢➢ Module 3 : Droites remarquables du triangle ➣➣

Consulter ce module sur Oxogone.fr

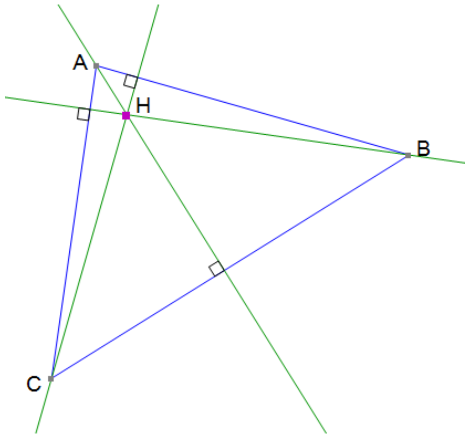
L'essentiel à retenir : Soit ABC un triangle :



- on appelle **médiane** de ce triangle toute droite qui passe par le milieu d'un des côtés du triangle et par le sommet opposé. Les trois médianes sont concourantes en un point G appelé **centre de gravité** du triangle.



- on appelle **médiatrice** de ce triangle toute droite qui coupe perpendiculairement un des côtés du triangle en son milieu. Les trois médiatrices sont concourantes en un point Ω appelé **centre du cercle circonscrit** au triangle.



- on appelle **hauteur** de ce triangle toute droite perpendiculaire à un côté du triangle et passant par le sommet opposé. Les trois hauteurs du triangle sont concourantes en un point H appelé **orthocentre** du triangle.