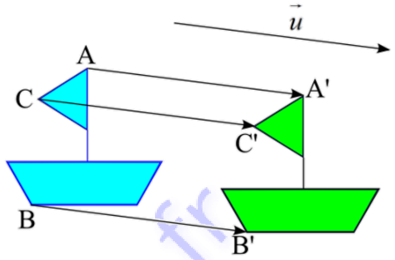
➢➢ Module 1 : Translation et vecteurs ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

➢ Définition : une **translation** est une transformation du plan qui déplace une figure de manière rectiligne, sans la déformer et sans changer son orientation.

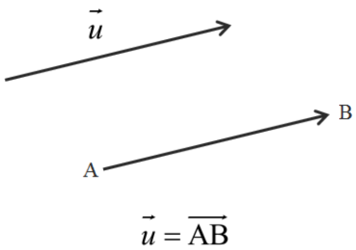
Tous les points de la figure se déplacent suivant des trajectoires représentées par des **segments orientés**, supportés par des droites **parallèles** et de **même longueur**.



Ces segments orientés $\overrightarrow{AA'}$; $\overrightarrow{BB'}$; $\overrightarrow{CC'}$ sont des représentants d'un **vecteur** $\vec{u}$. On parlera donc aussi bien du vecteur $\vec{u}$, que du vecteur $\overrightarrow{AA'}$ ou $\overrightarrow{BB'}$ ou $\overrightarrow{CC'}$, car tous ces segments orientés décrivent la même trajectoire.
La translation qui provoque le déplacement du bateau est la translation de vecteur $\vec{u}$, notée $t_{\vec{u}}$

➢ Origine et extrémité

Soit $\vec{u}$ un vecteur. Soit $\overrightarrow{AB}$ un représentant du vecteur $\vec{u}$
Le point A est l'origine du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Le point B est son extrémité.

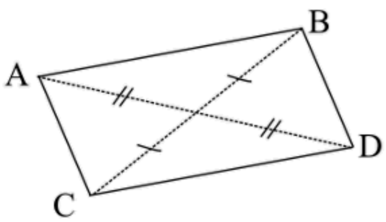


➢ Propriété essentielle

Soient A, B, C et D quatre points du plan.

Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont les représentants d'un même vecteur, autrement dit si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors le quadrilatère ABDC est un parallélogramme

⚠ ATTENTION A L'ORDRE DES POINTS !!



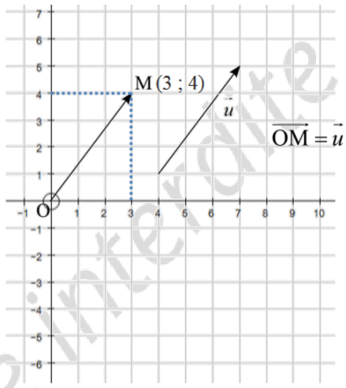
➢ Vecteur nul

Si l'origine et l'extrémité d'un vecteur sont confondues, alors ce vecteur est le vecteur nul, qu'on écrit : $\vec{0}$
Une translation de vecteur nul laisse tous les points invariants.

➤➤ Module 2 : Vecteurs et coordonnées ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Coordonnées d'un vecteur



➤ La propriété essentielle

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan muni d'un repère (O ; I ; J). Les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont les coordonnées du point M tel que : $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$

Exemple : sur la figure ci-contre, pour trouver les coordonnées du vecteur $\vec{u}$, on a placé le point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$. Puisque M (3 ; 4), on en conclut que : $\vec{u}\,(3\,;4)$

2°) Coordonnées de vecteurs égaux

➤ La propriété essentielle

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J). Deux vecteurs du plan sont égaux si, et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.

Autrement dit : soient $\vec{u}\,(x;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ deux vecteurs du plan muni d'un repère (O ; I ; J).

$$\vec{u} = \vec{v} \iff x = x' \;\; et \;\; y = y'$$

3°) Calcul des coordonnées d'un vecteur

➤ La propriété essentielle

Soient A et B deux points du plan muni d'un repère (O ; I ; J).

$$\overrightarrow{AB}\,(\,x_B - x_A\,;\,y_B - y_A\,)$$

Exemple : $A(\,2;5)$ et $B(6\,;3)$

L'abscisse du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est $x_B - x_A = 6 - 2 = 4$

L'ordonnée du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est $y_B - y_A = 3 - 5 = -2$

donc $\overrightarrow{AB}\,(\,4\,;-2)$

➤ **Remarque :** dès que l'on travaille avec des vecteurs et des coordonnées, il est intéressant d'utiliser une nouvelle notation pour les coordonnées : la notation en colonne. Cette notation peut être utilisée pour les vecteurs, mais aussi pour les points.

Par exemple, pour noter ceci : $\overrightarrow{AB}\,(\,4\,;-2)$, on pourra utiliser cette notation : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$

➢➢ Module 3 : Somme de deux vecteurs ⮜⮜

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Somme de vecteurs et coordonnées

➢ La propriété essentielle

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan muni d'un repère (O ; I ; J).

La somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$

Exemple : Si $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 11 \\ -6 \end{pmatrix}$ alors $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} 5+11 \\ 2+(-6) \end{pmatrix}$, soit $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} 16 \\ -4 \end{pmatrix}$

2°) Propriétés de la somme de deux vecteurs

Soient $\vec{u}$; $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs du plan :

- Propriété 1 : $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$
- Propriété 2 : $\vec{u}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$
- Propriété 3 : $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$

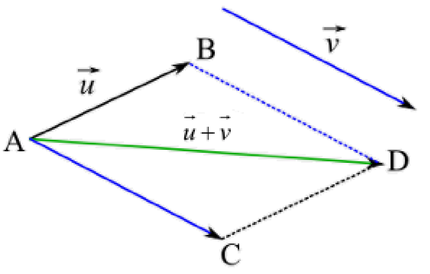
3°) Construction de la somme de deux vecteurs

Pour tracer la somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a utilisé la méthode du parallélogramme :

❶ à partir du point A , on a tracé les représentants $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en veillant à ce qu'ils aient la même origine A.

❷ on a tracé le point D de manière à former le parallélogramme ABDC

❸ le vecteur somme est $\vec{u}+\vec{v}=\overrightarrow{AD}$

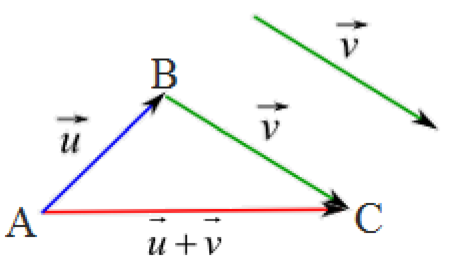


4°) La relation de Chasles

Pour tracer la somme de deux vecteurs, on peut aussi utiliser la relation de Chasles. Pour cela, il faut placer les représentants des vecteurs bout à bout.

Relation de Chasles : Quels que soient les points A, B et C du plan :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$



➢➢ Module 4 : Produit d'un vecteur par un réel ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

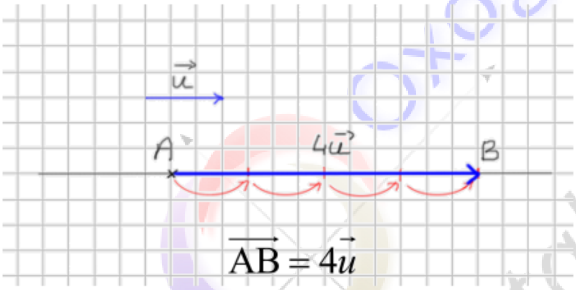
1°) Produit d'un vecteur par un nombre réel

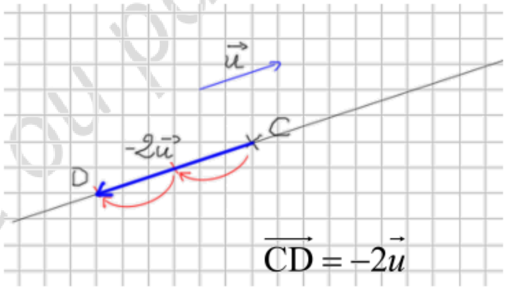
➢ **Définition :** soit $\vec{u}$ un vecteur du plan et soit k un nombre réel.

Le vecteur $k.\vec{u}$ est le produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k.

- Les vecteurs $\vec{u}$ et $k.\vec{u}$ ont la même direction, c'est-à-dire qu'ils sont dirigés par des droites parallèles.
- Si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $k.\vec{u} = \overrightarrow{CD}$, alors $CD = k \times AB$
- Les vecteurs $\vec{u}$ et $k.\vec{u}$:
  - ➢ ont le même sens si $k > 0$
  - ➢ ont des sens contraires si $k < 0$

Exemples :





2°) Propriétés du produit d'un vecteur par un nombre réel

a) Opposé d'un vecteur

➢ **Définition :** soit $\vec{u}$ un vecteur du plan

Le produit : $(-1)\times\vec{u}$ est noté $-\vec{u}$. Le vecteur $-\vec{u}$ est l'opposé du vecteur $\vec{u}$.

Propriété : $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$

Remarque importante : l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $\overrightarrow{BA}$. Autrement dit : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

b) Autres propriétés

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan et soient λ et λ' deux nombres réels :

- $\lambda\vec{u} + \lambda\vec{v} = \lambda(\vec{u} + \vec{v})$
- $\lambda\vec{u} + \lambda'\vec{u} = (\lambda + \lambda')\vec{u}$
- $\lambda(\lambda'\vec{u}) = (\lambda\lambda')\vec{u}$

3°) Produit d'un vecteur par un nombre réel et coordonnées

➢ La propriété essentielle :

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan et soit λ un nombre réel. Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $\lambda.\vec{u}\begin{pmatrix} \lambda\times x \\ \lambda\times y \end{pmatrix}$

Exemple : soit $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ un vecteur du plan et soit le vecteur $\vec{v}=3\vec{u}$

Nous avons : $\vec{v}\begin{pmatrix} 3\times 5 \\ 3\times(-3) \end{pmatrix}$ soit $\vec{v}\begin{pmatrix} 15 \\ -9 \end{pmatrix}$

➢➢ Module 5 : Vecteurs colinéaires ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Colinéarité de deux vecteurs

➢ Définition :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan. S'il existe un nombre réel λ tel que : $\vec{v}=\lambda.\vec{u}$, alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires**.

➢ Méthode : comment prouver que deux vecteurs sont colinéaires ?

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 35 \\ -14 \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.

Pour prouver (ou vérifier) que ces vecteurs sont colinéaires, on va partir de la définition : les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel λ tel que : $\vec{v}=\lambda.\vec{u}$, c'est-à-dire tel que : $\begin{cases} 35=\lambda\times(-5) \\ -14=\lambda\times 2 \end{cases}$

Si, en résolvant ces deux équations, on trouve la même valeur pour λ, on pourra en déduire que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Et c'est le cas ici car on trouve, pour les deux équations : $\lambda=-7$

2°) Colinéarité et parallélisme

➢ La propriété essentielle :

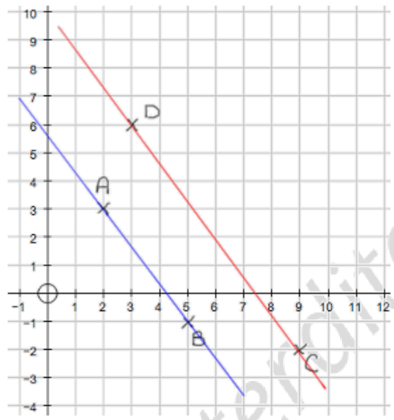
Soient A, B, C et D quatre points du plan. (AB) // (CD) $\Leftrightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

Remarquez l'utilisation du symbole $\Leftrightarrow$. Cela signifie que le propriété est vraie dans les deux sens :

- si les deux droites sont parallèles, alors les vecteurs sont colinéaires
- si les vecteurs sont colinéaires, alors les droites sont parallèles.

Exemple : Soient $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}9\\-2\end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ quatre points du plan.

A l'aide des coordonnées, on vérifie facilement que : $\overrightarrow{CD}=-2\overrightarrow{AB}$, donc que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Ce qui, d'après la propriété essentielle, établit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



3°) Colinéarité et alignement

➢ La propriété essentielle :

Soient A, B et C trois points du plan. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$ les points A, B et C sont alignés.

Remarquez à nouveau l'utilisation du symbole $\Leftrightarrow$. Cela signifie que le propriété est vraie dans les deux sens.

Exemple : Soient $A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix}$ trois points du plan.

A l'aide des coordonnées, on vérifie facilement que : $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$, donc que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Ce qui, d'après la propriété essentielle, établit que les points A, B et C sont alignés.