➢➢ Module 1 : Equations ➢➢

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Découvrez la notion d'équation

➢ Définition : Une équation est une égalité comportant au moins une variable désignée par une lettre. Cette variable est l'**inconnue** de l'équation.

Exemple : Dans l'équation : $6x+20=200$, l'inconnue, c'est x

➢ Définition : La partie de l'équation située à gauche du signe $=$ est le membre de gauche de l'équation.

La partie de l'équation située à droite du signe $=$ est le membre de droite de l'équation.

➢ Définition : Résoudre une équation, c'est trouver un nombre qu'on peut mettre à la place de l'inconnue et qui conserve l'égalité entre le membre de gauche et le membre de droite.

Exemple : Dans l'équation : $6x+20=200$, si on remplace x par 5, on obtient : $6\times5+20=200$, soit $50=200$

L'égalité n'est pas conservée. Le nombre 5 n'est pas solution de cette équation.

Par contre, si on remplace x par 30, on obtient : $6\times30+20=200$, soit $200=200$

L'égalité est conservée. Le nombre 30 est solution de cette équation.

2°) Résolution d'équations – Niveau 1

➢ Règles utilisées pour résoudre une équation :

- on peut ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre d'une équation sans modifier son équilibre.
- on peut multiplier ou diviser chaque membre d'une équation par un même nombre sans modifier son équilibre.

Exemple : Résolvons l'équation : $6x+20=200$

❶ on retranche 20 à chaque membre : $6x+20-20=200-20$

❷ comme $20-20=0$ et $200-20=180$, on obtient : $6x=180$

❸ on divise chaque membre par 6 : $\frac{6x}{6}=\frac{180}{6}$

❹ comme $\frac{6}{6}=1$ et $\frac{180}{6}=30$, on obtient : $x=30$

3°) Résolution d'équations – Niveau 2

Il s'agit maintenant de résoudre des équations comme celle-ci : $7x+2=5x-8$

➢ Méthode à suivre :

- on transforme l'équation de manière à ce que l'inconnue x ne soit présente qu'au membre de gauche
- on réduit le membre de gauche
- on se retrouve avec le même type d'équation qu'au niveau 1

Exemple : Résolvons l'équation : $7x+2=5x-8$

❶ on retranche $5x$ à chaque membre : $7x+2-5x=5x-8-5x$

❷ on réduit le membre de droite, *(comme* $5x-5x=0$ *, on obtient) :* $7x+2-5x=-8$

❸ on réduit le membre de gauche : $2x+2=-8$

❹ on termine la résolution comme au niveau 1. On obtient : $x=-5$

4°) Résolution d'équations – Niveau 3

Il s'agit maintenant de résoudre des équations comportant des fractions, comme celle-ci : $\frac{x}{5}=3$

➢ Méthode à suivre : on supprime les dénominateurs en utilisant le fait que, si on multiplie chaque membre d'une équation par le même nombre, l'égalité est conservée.

Exemple : Résolvons l'équation : $\frac{x}{5}=3$

❶ on multiplie chaque membre par 5 : $\frac{x}{5}\times 5=3\times 5$

❷ comme $\frac{5}{5}=1$ et $3\times 5=15$, on obtient : $x=15$

Remarque : dans certaines situations, il sera nécessaire de poursuivre la résolution en utilisant les méthodes vues aux niveaux 1 et 2.

5°) Résolution d'équations – Niveau 4

Il s'agit maintenant de résoudre des équations-produit, comme celle-ci : $(4x-3)(5x+2)=0$

➢ Méthode à suivre : on utilise la propriété suivante : un produit est nul si, et seulement si, l'un de ses facteurs est nul.

Exemple : Résolvons l'équation : $(4x-3)(5x+2)=0$

❶ A l'aide de la propriété, on obtient : $(4x-3)(5x+2)=0$ si $4x-3=0$ ou $5x+2=0$

❷ on résout chacune des équations obtenues :

$4x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{4}$ $\qquad$ $5x+2=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{2}{5}$

Remarque : il est parfois nécessaire de factoriser un membre de l'équation pour la ramener à une équation-produit, comme par exemple si on veut résoudre l'équation : $(x+2)(3x-1)+(x+2)(4x-5)=0$

6°) Equations et identités remarquables

On a vu que les identités remarquables étaient un outil incontournable pour factoriser certaines expressions algébriques. Elles permettent donc de résoudre certaines équations nécessitant une factorisation délicate.

Exemple : Résolvons l'équation : $x^2+10x+25=0$

On peut factoriser le membre de gauche à l'aide de l'identité remarquable : $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

A l'aide de l'identité, on obtient : $x^2+10x+25=(x+5)^2$

En remplaçant dans l'équation, on obtient : $(x+5)^2=0$

Comme, de plus, $(x+5)^2=(x+5)(x+5)$, l'équation s'écrit : $(x+5)(x+5)=0$

On a obtenu une équation produit dont l'unique solution est le nombre -5 .

➢➢ Module 2 : Inéquations ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Résolution des inéquations

➢ Définition : Une inéquation se présente comme une équation dans laquelle le signe = est remplacé par un des signes d'ordre : $\geqslant$ $\leqslant$ $>$ ou $<$

➢ Méthode à suivre : une inéquation se résout exactement de la même manière qu'une équation ,

MAIS si on multiplie ou on divise chaque membre d'une inéquation par un même nombre négatif, il faut inverser le signe de l'inéquation

Exemple : On veut résoudre l'inéquation : $6x+5 \geqslant 8x-7$

❶ comme dans une équation, on va retrancher $8x$ à chaque membre. On obtient : $6x+5-8x \geqslant 8x-7-8x$

❷ on simplifie les deux membres de l'inéquation. On obtient : $-2x+5 \geqslant -7$

❸ comme dans une équation, on retranche 5 à chaque membre. On obtient : $-2x+5-5 \geqslant -7-5$

❹ on simplifie les deux membres de l'inéquation. On obtient : $-2x \geqslant -12$

❺ pour poursuivre la résolution, il faut diviser chaque membre de l'inéquation par -2. Mais comme c'est un nombre négatif, on doit penser à inverser le signe de l'inéquation. On obtient alors : $\dfrac{-2x}{-2} \leqslant \dfrac{-12}{-2}$

Soit, au final : $x \leqslant 6$

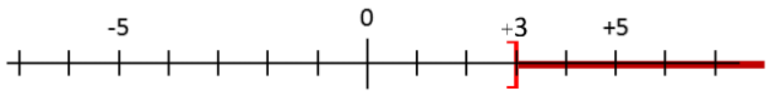
2°) Représentation des solutions d'une inéquation

Considérons l'inéquation : $7x-5>16$

Si on résout cette inéquation, on trouve : $x > 3$

Les solutions de cette inéquation sont donc tous les nombres strictement supérieurs à 3.

On peut les représenter sur un axe gradué :



Le crochet est tourné :

- vers les solutions si le signe d'ordre de l'inéquation est $\geqslant$ ou $\leqslant$
- vers l'extérieur des solutions si le signe d'ordre de l'inéquation est $>$ ou $<$

Visiter le site Oxogone.fr Cours de maths en ligne

➤➤ Module 3 : Systèmes d'équations ➤➤

Consulter ce module sur Oxogone.fr

Un système de deux équations à deux inconnues se présente ainsi (en tous cas au collège) :

$$\begin{cases} 3x-2y=13 \\ 4x+y=10 \end{cases}$$

Pour résoudre un tel système, c'est-à-dire trouver la valeur des inconnues x et y, on peut utiliser deux méthodes différentes :

1°) La méthode par combinaison

➤ Méthode à suivre : on multiplie chacune des équations par des nombres judicieusement choisis. Ceci fait, on va additionner ou soustraire les équations membre à membre. Une inconnue aura alors disparu. On n'aura plus qu'à résoudre l'équation obtenue pour trouver la valeur de cette inconnue. Pour trouver la valeur de l'autre inconnue, on reprend une équation de départ, on remplace l'inconnue dont on connait la valeur par cette valeur. Il ne reste plus qu'à résoudre pour trouver la valeur de la seconde inconnue.

Exemple : On désire résoudre le système : $\begin{cases} 3x-2y=13 \\ 4x+y=10 \end{cases}$

❶ On va chercher à faire disparaître l'inconnue x en multipliant la $1^{ère}$ équation par 4 (*c'est le coefficient de* x *dans l'autre équation*) et la seconde par 3 (*c'est le coefficient de* x *dans l'autre équation*)

On obtient : $\begin{matrix} 4\times \\ 3\times \end{matrix}\begin{cases} 3x-2y=13 \\ 4x+y=10 \end{cases}$ soit : $\begin{cases} 12x-8y=52 \\ 12x+3y=30 \end{cases}$

❷ Pour faire disparaître l'inconnue x , on soustrait les deux équations membre à membre. On obtient :

$$\begin{cases} 12x-8y=52 \\ 12x+3y=30 \end{cases} -$$

$(12x-8y)-(12x+3y)=52-30$ soit $12x-8y-12x-3y=22$

soit $-11y=22$

soit $y=-2$

❸ Dans une des équations de départ, on remplace y par -2 . On obtient :

$3x-2\times(-2)=13$ soit $3x=13-4$ soit $3x=9$ soit $x=3$

❹ Les solutions sont : $x=3$ et $y=-2$. On écrira : $S=\{(3;-2)\}$ pour indiquer que l'ensemble S des solutions de ce système d'équations comprend l'unique couple $(3;-2)$. Remarquez que x est toujours placé avant y

2°) La méthode par substitution

➢ Méthode à suivre : on focalise notre attention sur une des équations. On fait en sorte, avec cette équation, d'exprimer une inconnue en fonction de l'autre. Dans l'autre équation, on remplace. On résout alors l'équation obtenue qui ne comporte plus qu'une inconnue. Pour trouver la valeur de l'autre inconnue, on procède comme dans la méthode par combinaison.

Exemple : On désire résoudre le système : $\begin{cases} 3x-2y=13 \\ 4x+y=10 \end{cases}$, mais avec la méthode par substitution

❶ Comme l'inconnue y a, dans la seconde équation, un coefficient très simple, on va, dans la seconde équation, exprimer y en fonction de x

On obtient : $\begin{cases} 3x-2y=13 \\ y=10-4x \end{cases}$

❷ Dans la première équation, on remplace y par $10-4x$

On obtient : $\begin{cases} 3x-2(10-4x)=13 \\ y=10-4x \end{cases}$

❸ On résout la première équation, d'inconnue y

$$\begin{cases} 3x-2(10-4x)=13 \\ y=10-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-20+8x=13 \\ y=10-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=13+20 \\ y=10-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=33 \\ y=10-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=10-4x \end{cases}$$

❹ Dans la seconde équation, on remplace x par 3 et on calcule.

On obtient : $\begin{cases} x=3 \\ y=10-4\times 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

On retrouve (heureusement !) les mêmes solutions qu'avec la méthode par combinaison. De la même manière, nous écrirons : $S=\{(3;-2)\}$