➤➤ Module 1 : Statistiques ➤➤

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Vocabulaire

➤ Population et caractère : Toute série statistique porte sur une population dont on étudie un caractère.

Exemple : On étudie le niveau d'étude des salariés d'une entreprise.

Niveau d'étude	Nombre de salariés
CAP	48
BAC	28
BAC +2	47
BAC +3	21
BAC +4	17
BAC +5	11

La population étudiée, ce sont les salariés de l'entreprise.

Le caractère étudié, c'est le niveau d'étude.

Les valeurs du caractère, c'est « CAP », « BAC » … On les note x_i

➤ Effectifs et effectif total :

L'effectif d'une valeur x_i du caractère est le nombre d'éléments de la population qui correspondent à cette valeur du caractère. Les effectifs sont notés n_i

Exemple : Dans l'exemple du niveau d'étude des salariés, l'effectif de la valeur « CAP » du caractère est 48.

Lorsqu'on calcule le total des effectifs d'une série statistique, on obtient l'effectif total $\mathrm{N} = \sum n_i$

Exemple : Dans l'exemple du niveau d'étude des salariés, l'effectif total est $N = 48 + 28 + 47 + 21 + 17 + 11 = 172$

2°) Caractères qualitatifs et caractères quantitatifs

Dans une série statistique, le caractère étudié peut-être :

• **qualitatif** : dans ce cas, les valeurs prises par le caractère ne sont pas des valeurs chiffrées.

Exemple : dans la série sur le niveau d'étude des salariés, le caractère est qualitatif

• **quantitatif** : dans ce cas, les valeurs prises par le caractère sont des valeurs chiffrées. Elles mesurent une quantité.

Exemple : dans le tableau ci-contre sont regroupés les résultats d'une enquête portant sur la durée de vie d'un parc de PC.

Durée de vie (Années)	Nombre de PC
3	14
4	33
5	58
6	35
7	21
8	12
9	8
10	3

Le caractère étudié, c'est la durée de vie en année des PC. Les valeurs prises par ce caractère sont des valeurs chiffrées (3 , 4 , 5 …). Le caractère est quantitatif.

2°) Caractères quantitatifs discrets et caractères quantitatifs continus

Lorsque le caractère étudié est quantitatif, deux cas peuvent se présenter :

• Les valeurs prises par le caractère sont peu nombreuses et, dans le tableau, on peut réserver une ligne (ou une colonne suivant la disposition du tableau) à chaque valeur du caractère. Le caractère est alors **discret**.

Exemple : Dans l'étude de la durée de vie des PC, le caractère est quantitatif discret.

• Les valeurs prises par le caractère sont trop nombreuses. On les regroupe alors en « paquets » appelés « classes ». Le caractère est alors **continu**.

Exemple : Voici les résultats d'une étude portant sur le temps d'attente de personnes dans une administration.

Les valeurs du caractère, qui varient de 0 à 40 sont trop nombreuses, on les a regroupées en classes. L'intervalle $[\ 0\ ;5\ [$ est une **classe**.

Les nombres 0 et 5 sont les **borne**s de la classe $[\ 0\ ;5\ [$

Le nombre 0 est sa borne inférieure. Le nombre 5 est sa borne supérieure.

L'**amplitude** d'une classe, c'est la différence entre sa borne supérieure et sa borne inférieure. Par exemple, l'amplitude de la classe $[\ 20\ ;25\ [$, c'est $25-20=5$

Le **centre** d'une classe, c'est le milieu entre les deux bornes.

Par exemple, le centre de la classe $[\ 20\ ;25\ [$, c'est $\frac{20+25}{2}=22,5$

Temps d'attente	Nombre de personnes
[0 ; 5 [	11
[5 ; 10 [	23
[10 ; 15 [	35
[15 ; 20 [	14
[20 ; 25 [	8
[25 ; 30 [	5
[30 ; 35 [	2
[35 ; 40]	1

3°) Calcul des fréquences

➢ Définition : la **fréquence** f_i d'une valeur du caractère (ou d'une classe) est le quotient de l'effectif correspondant à cette valeur (ou à cette classe) par l'effectif total. Formule : $f_i=\frac{n_i}{\text{N}}$

➢ Remarque : si on multiplie la fréquence par 100, on obtient une fréquence exprimée en pourcentage

Exemple : Voici les instruments de musique pratiqués par les élèves d'une école de musique. Il y a 21 élèves pratiquant le piano sur un total de 50 élèves

Instrument	Nombre d'élèves
Guitare	12
Piano	21
Batterie	5
Basse	8
Violon	4
	50

La fréquence des élèves pratiquant le piano est : $\frac{21}{50}=0,42$. Si on multiplie cette fréquence par 100, on obtient 42% ce qui signifie que 42% des élèves pratiquent le piano.

➢ Propriété à retenir : le total de toutes les fréquences est égal à 1 (ou à 100 si elles sont en %)

4°) Représentations graphiques : diagramme en bâtons et histogramme

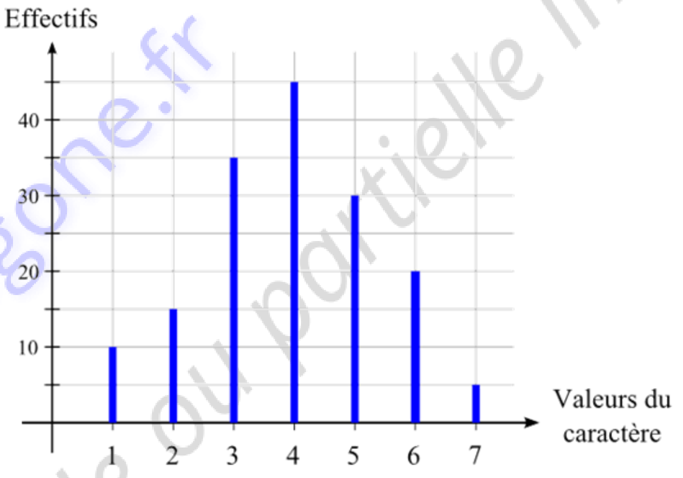
a) Diagramme en bâtons

Lorsque le caractère étudié est qualitatif ou quantitatif discret, la série statistique peut être représentée à l'aide d'un diagramme en bâtons.

➢ Méthode à suivre : pour créer un diagramme en bâtons, on place les valeurs du caractère sur l'axe des abscisses. A la verticale de chaque valeur, on trace un trait épais dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple : Diagramme en bâtons représentant la série résumée dans le tableau

Nombre d'écrans	Nombre de familles
1	10
2	15
3	35
4	45
5	30
6	20
7	5
	160



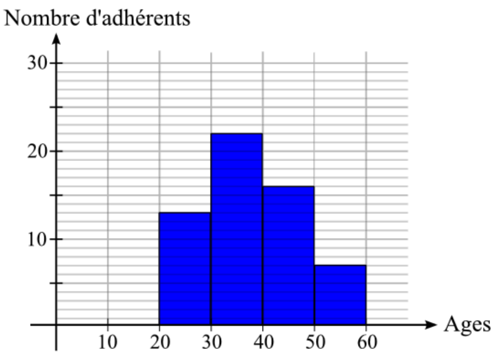
b) Histogramme

Lorsque le caractère étudié est quantitatif continu, on remplace les traits épais du diagramme en bâtons par des rectangles. Le diagramme obtenu s'appelle un histogramme.

➢ Méthode à suivre : pour chaque classe de la série statistique, on trace un rectangle dont la base repose, en abscisses, sur l'intervalle correspondant à la classe représentée. L'aire de ce rectangle doit être proportionnelle à l'effectif de la classe représentée.

Exemple : Histogramme représentant la série résumée dans le tableau

Ages	Nombre d'adhérents
[20 ; 30 [	13
[30 ; 40 [	22
[40 ; 50 [	16
[50 ; 60 [	7
	58



5°) Diagramme circulaire

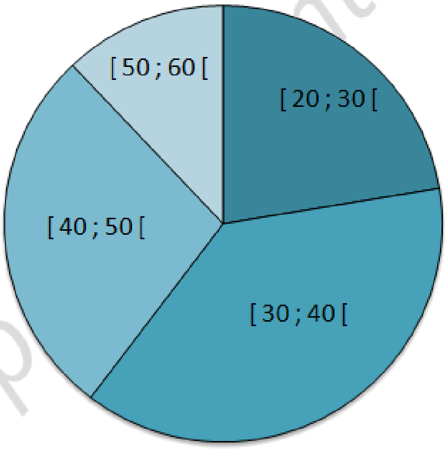
Toutes les séries statistiques , quelle que soit la nature du caractère étudié, peuvent être représentées à l'aide d'un diagramme circulaire.

➢ Méthode à suivre : pour tracer un diagramme circulaire, on partage un disque en portions dont les aires sont proportionnelles aux effectifs. Pour cela, pour chaque valeur du caractère (ou chaque classe), on multiplie la fréquence par 360°, ce qui nous permet d'obtenir des angles correspondant à chaque portion tracée.

Exemple : Diagramme circulaire représentant la série résumée dans le tableau

Ages	Nombre d'adhérents	Angles
[20 ; 30 [	13	80,7°
[30 ; 40 [	22	136,6°
[40 ; 50 [	16	99,3°
[50 ; 60 [	7	43,4°
	58	360°

$$80,7 \simeq \frac{13 \times 360}{58}$$



6°) Moyenne d'une série statistique

La moyenne est un paramètre permettant de résumer une série statistique. On ne peut la calculer que si le caractère étudié est quantitatif.

a) Dans le cas d'un caractère quantitatif discret

➢ Méthode à suivre : Si le caractère est discret, on procède ainsi :

❶ pour chaque valeur x_i du caractère, on calcule le produit $x_i \times n_i$ où n_i désigne l'effectif correspondant

❷ on totalise les produits obtenus. Ce total est noté : $\sum x_i \times n_i$

❸ on divise ce total par l'effectif total N

Nous avons donc : $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i \times n_i}{\mathrm{N}}$ où $\bar{x}$ désigne la moyenne

Exemple : dans la série statistique étudiée, qui porte sur le nombre de frères et sœurs des élèves d'une classe, on veut calculer la moyenne. On a donc rajouté une 3ème colonne permettant de calculer les produits $x_i \times n_i$

Valeurs du caractère x_i

Effectifs n_i

Nombre de frères et sœurs	Nombre d'élèves	Produits $x_i \times n_i$
0	2	$0 \times 2 = 0$
1	5	$1 \times 5 = 5$
2	7	$2 \times 7 = 14$
3	6	$3 \times 6 = 18$
4	3	$4 \times 3 = 12$
5	2	$5 \times 2 = 10$
6	2	$6 \times 2 = 12$
	27	71

$71 = 0+5+14+18+12+10+12$

Terminons le calcul de la moyenne :

$\sum x_i \times n_i = 71$

$N = 27$

La moyenne est : $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i \times n_i}{N} = \dfrac{71}{27} \simeq 2,63$

b) Dans le cas d'un caractère quantitatif continu

Ce cas n'est envisagé que dans le cadre du programme de Seconde.

7°) Médiane d'une série statistique

Notes obtenues
5,5
6,5
8
8,5
9
9,5
10
14
17,5
18,5

Médiane

Considérons cette série de notes obtenues par des élèves d'une classe. Calculons la note moyenne des élèves de la classe :

$$\overline{x} = \frac{5,5+6,5+8+8,5+9+9,5+10+14+17,5+18,5}{10} = 10,7$$

On constate facilement que la moyenne partage la classe en deux groupes de tailles inégales (il y 7 élèves ayant une note inférieure à 10,7 et 3 qui ont une note supérieure à 10,7)

A l'inverse, la **médiane** est la valeur du caractère qui partage l'effectif en deux parts égales

Ici, la médiane se situe exactement entre 9 et 9,5. Sa valeur exacte est : $\dfrac{9+9,5}{2} = 9,25$

La moitié des élèves a une note supérieure à 9,25 et l'autre a une note inférieure à 9,25

Remarque : Ici, il a été nécessaire de calculer la médiane car l'effectif est pair. Si l'effectif est impair, ce calcul n'est pas nécessaire. Quand on divise l'effectif en deux, on tombe sur une valeur du caractère qui est pile au milieu : c'est la médiane cherchée.

➢➢ Module 2 : Probabilités ➢➢

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Rappels sur les fréquences

Un lycée accueille 420 élèves. Dans cet établissement, 84 élèves sont inscrits en classe de seconde.

La proportion d'élèves de seconde dans cet établissement est : $\frac{84}{420} = 0,2$

Le nombre 0,2 est la **fréquence** des élèves de seconde dans cet établissement.
Remarque : la fréquence peut être exprimée en pourcentage. Dans notre exemple, 20% des élèves sont en seconde.

2°) Des fréquences aux probabilités

On lance un dé à 6 faces plusieurs fois. On compte le nombre de fois que la face 6 est apparue, puis on divise ce nombre par le nombre de lancers. On obtient la fréquence d'apparition de la face 6.

On constate (et vous pouvez faire vous-même l'expérience) que, si on augmente le nombre de lancers, la fréquence calculée se rapproche d'une fréquence théorique, appelée « **probabilité** »

Ici, puisqu'il y a une chance sur 6 de voir apparaître la face 6, cette probabilité est : $\frac{1}{6} \simeq 0,167$

3°) Vocabulaire des probabilités

➢ Définition : une **expérience aléatoire** est une expérience dont le résultat n'est pas connu à l'avance.
Exemple : Tirer au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes est une expérience aléatoire.

➢ Définition : une **issue** d'une expérience aléatoire est un des résultats possibles de cette expérience aléatoire.
Exemple : l'expérience aléatoire « choisir au hasard une lettre de l'alphabet» a 26 issues : chacune des lettres de l'alphabet.

➢ Définition : un **événement** est un résultat d'une expérience aléatoire qui combine la réalisation d'une ou plusieurs issues de cette expérience aléatoire.
Exemple : un événement de l'expérience aléatoire « choisir au hasard une lettre de l'alphabet» serait, par exemple : « Tirer une voyelle ».

➢ Définition : un événement est **élémentaire** lorsqu'il n'est formé que d'une seule issue d'une expérience aléatoire.
Exemple : considérons l'expérience aléatoire : « on tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes ». L'événement « La carte tirée est le roi de cœur » est un événement élémentaire de cette expérience.

Remarque : les événements sont la plupart du temps désignés par une lettre majuscule. Par exemple, dans l'expérience : « on tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes », l'événement « La carte tirée est un roi » sera par exemple désigné par la lettre R.

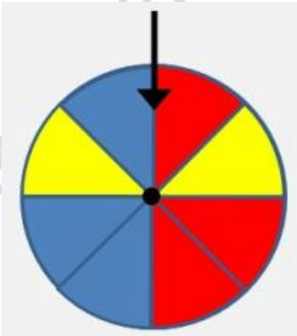
4°) Calculs de probabilités

➢ Définition : lorsqu'on reproduit un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une fréquence théorique appelée probabilité de l'événement.

Notation : la probabilité de l'événement A est notée : $p(\text{A})$

➢ Méthode générale : pour calculer la probabilité d'un événement, on dénombre le nombre d'issues de l'événement (on parle d'issues favorables) et on divise par le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire.

Exemple : On fait tourner la roue de loterie ci-contre.



On note J l'événement « La couleur désignée par la flèche est jaune »

Nous avons : $p(\text{J}) = \frac{2}{8} = 0{,}25$ car il y a deux secteurs jaunes sur 8 secteurs au total.

5°) Cas particuliers

➢ la probabilité d'un **<u>événement certain</u>**, c'est-à-dire un événement qui ne peut pas ne pas se produire, est égale à 1

➢ la probabilité d'un **<u>événement impossible</u>**, c'est-à-dire un événement qui ne peut pas se produire, est égale à 0

➢ Propriété : quel que soit l'événement A d'une expérience aléatoire : $0 \leqslant p(\text{A}) \leqslant 1$