

➤➤ **Module 1 : Pourcentages directs** ⚡⚡



1°) Proportions et pourcentages

a) Notion de proportion

➤ **Définition** : La proportion p d'individus d'une population correspondant à un caractère donné est :

$$p = \frac{\text{Nombre d'individus ayant le caractère}}{\text{Nombre d'individus de la population}}$$

Exemple : Si, dans un lycée de 1200 élèves, il y a 264 élèves majeurs, nous dirons que la proportion d'élèves majeurs dans le lycée est : $\frac{264}{1200} = 0,22$ (cela correspond à la notion de fréquence en statistiques)

b) Des proportions aux pourcentages

Exprimer une proportion en pourcentage, c'est se poser la question : « s'il y avait 100 élèves dans ce lycée, combien y aurait-il d'élèves majeurs ? »

Elèves majeurs	264	?
Total des élèves	1200	100

$$? = \frac{264 \times 100}{1200} = 22$$

Il y a 22% d'élèves majeurs. Le pourcentage se déduit donc de la proportion en multipliant par 100.

2°) Calculs de pourcentages

a) Comment calculer une quantité exprimée en pourcentage ?

➤ **Règle** : pour calculer t % d'un nombre, on le multiplie par $\frac{t}{100}$

Exemple : dans un lycée de 550 élèves, il y a 28% d'élèves en Première. Le nombre d'élèves en Première est :

$$550 \times \frac{28}{100} = 154$$

b) Comment retrouver un total à l'aide d'un pourcentage ?

Exemple : dans un lycée, il y a 212 inscrits en Première, ce qui représente 34% de l'effectif total du lycée. Combien y a-t-il d'élèves dans le lycée ?

Posons x = nombre d'élèves au total. En utilisant la règle vue au 1°), on obtient : $x \times \frac{34}{100} = 212$.

Après résolution de cette équation, on obtient : $x \approx 624$

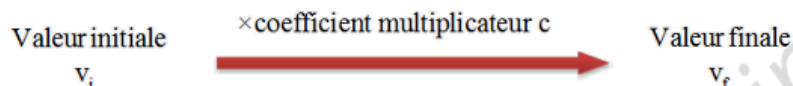
➤➤ Module 2 : Variations en pourcentages ◀◀

Consulter ce module
sur Oxogone.fr1°) Coefficient multiplicateur et variation en pourcentage

➤ L'essentiel à retenir

Une grandeur passe d'une valeur initiale v_i à une valeur finale v_f en subissant une variation de t %.

Le coefficient multiplicateur associé à cette variation en pourcentage est le nombre c par lequel il faut multiplier v_i pour obtenir v_f



Si la variation est une augmentation : $c = 1 + \frac{t}{100}$

Si la variation est une diminution : $c = 1 - \frac{t}{100}$

Exemple : dans un magasin, un article est vendu 250 €. Le prix subit une hausse de 12%.

Le coefficient multiplicateur associé à cette hausse est : $c = 1 + \frac{12}{100} = 1,12$

Le nouveau prix est : $v_f = v_i \times 1,12 = 250 \times 1,12 = 280$

2°) Utilité des coefficients multiplicateurs

➤ L'essentiel :

Les coefficients multiplicateurs sont le seul moyen de retrouver une valeur initiale à partir d'une valeur finale.

En utilisant les notations du cours 1, on se sert de la formule : $v_i = \frac{v_f}{c}$

Exemple : Un lecteur de DVD coûte 80 € après avoir subi une hausse de 5%. Quel était son prix avant cette hausse ?

Nous avons : $v_f = 80$ et $t = 5$. Le coefficient multiplicateur est : $c = 1 + \frac{5}{100} = 1,05$

Le prix initial est : $v_i = \frac{v_f}{c} = \frac{80}{1,05} = 76,19$

3°) Comment retrouver un taux d'évolution ?

On connaît la valeur initiale v_i et la valeur finale v_f d'une grandeur ayant subi une variation en pourcentage. On veut déterminer le taux d'évolution t %.

a) Méthode 1

❶ On calcule le coefficient multiplicateur associé : $c = \frac{v_f}{v_i}$

❷ On calcule le taux t en résolvant l'équation : $c = 1 + \frac{t}{100}$ ou $c = 1 - \frac{t}{100}$

Exemple : le prix d'un article est passé de 240 € à 254,40 €. Quel est le taux d'augmentation ?

Le coefficient multiplicateur est : $c = \frac{v_f}{v_i} = \frac{254,40}{240} = 1,06$

Comme il s'agit d'une augmentation : $c = 1 + \frac{t}{100} \Rightarrow 1,06 = 1 + \frac{t}{100} \Rightarrow t = 6$

L'article a subi une hausse de 6%.

b) Méthode 2

On utilise la formule : $t = \frac{v_f - v_i}{v_i} \times 100$

Exemple : reprenons le même exemple que celui traité avec l'autre méthode :

$$t = \frac{v_f - v_i}{v_i} = \frac{254,4 - 240}{240} \times 100 = 6$$

Remarque : la différence : $v_f - v_i$ est la variation absolue subie par le prix de l'article.

Le quotient $\frac{v_f - v_i}{v_i}$ est la variation relative subie par le prix de l'article.

4°) Evolutions successives

➤ **Règle :** lorsqu'une grandeur subit deux (ou plusieurs) variations successives en pourcentages, le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs associés à chaque variation.

Exemple : Un article valant 340 € subit une hausse de 40%, puis une hausse de 32%.

Le coefficient multiplicateur associé à la hausse de 40% est $c = 1 + \frac{40}{100} = 1,4$.

Le coefficient multiplicateur associé à la hausse de 32% est $c' = 1 + \frac{32}{100} = 1,32$.

Le coefficient multiplicateur associé à la variation globale est $C = 1,4 \times 1,32 = 1,848$.

Avec ce coefficient multiplicateur global, on peut :

- calculer directement le prix final de l'article : $340 \times 1,848 = 628,32$ €
- trouver le taux global de hausse t subie par l'article : $1 + \frac{t}{100} = 1,848 \Rightarrow t = 84,8$

5°) Taux réciproque d'évolution

➤ **Définition** : une grandeur subit une variation en pourcentage. Le taux de cette évolution est t . Le taux réciproque d'évolution est le taux t' qui permet de revenir à la valeur initiale de la grandeur.

- Si la variation subie est une hausse de t %, le taux réciproque d'évolution t' est solution de l'équation :

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right) \left(1 - \frac{t'}{100}\right) = 1$$

- Si la variation subie est une baisse de t %, le taux réciproque d'évolution t' est solution de l'équation :

$$\left(1 - \frac{t}{100}\right) \left(1 + \frac{t'}{100}\right) = 1$$

Exemple : un article subit une hausse de 20%.

Le taux réciproque d'évolution est t' , solution de l'équation : $\left(1 + \frac{20}{100}\right) \left(1 - \frac{t'}{100}\right) = 1$

Après résolution, on trouve $t' \approx 16,67$. Cela signifie que si on veut redonner à l'article son prix initial et neutraliser la hausse de 20%, il faut lui faire subir une baisse de 16,67%.

6°) La TVA

a) Connaissances générales sur la TVA

La TVA (Taxe sur la Valeur Ajoutée) est prélevée sur la plupart des échanges de biens et services.

Le prix sans TVA est le prix H.T (Hors Taxes).

Le prix avec TVA est le prix TTC (Toutes Taxes Comprises).

➤ **A retenir** : $HT + TVA = TTC$

b) Les taux de TVA les plus courants

La TVA s'applique comme une majoration en pourcentage appliquée au prix HT.

Les taux de TVA en vigueur en France métropolitaine sont ;

- Taux normal : 20%
- Taux intermédiaire : 10% (restauration, produits alimentaires préparés, transports, certains travaux de rénovation ...)
- Taux réduit : 5,5% (Produits alimentaires non préparés, boissons sans alcool, énergie ...)

➤➤ **Module 3 : Indices** ◀◀

Consulter ce module
sur Oxogone.fr

1°) Approche de la notion

Un indice est un outil mathématique permettant de suivre facilement l'évolution d'une grandeur sur une période donnée. Il faut pour cela disposer des valeurs prises par cette grandeur suivant une périodicité régulière : l'année, le mois ...

Dès qu'on travaille avec des indices, il faut déterminer une période de référence à laquelle on attribue l'indice 100. Les autres indices sont alors calculés par rapport à cette période de référence.

2°) Comment calculer un indice ?

Si, par exemple, on dispose de données annuelles, nous avons :

$$\text{Indice d'une année} = \frac{\text{Valeur de la grandeur de l'année}}{\text{Valeur de la grandeur de l'année de référence}} \times 100$$

Exemple : dans le tableau ci-contre, on a l'évolution d'une production annuelle. Si on choisit l'année 2008 comme année de référence :

- l'indice de l'année 2008 est égal à 100.
- l'indice de l'année 2009 est égal à : $\frac{3591}{3420} \times 100$ soit 105 .

Année	Production annuelle
2008	3420
2009	3591
2010	3493
2011	3375

3°) Indices et pourcentages

Un indice permet de lire immédiatement le taux d'évolution sur une période donnée.

Si on reprend l'exemple de la production annuelle, nous voyons que l'indice de l'année 2010 est 102,13.

Cela nous indique immédiatement que cette production a augmenté de 2,13% entre 2008 et 2010.

Année	Production annuelle	Indices
2008	3420	100
2009	3591	105
2010	3493	102,13
2011	3375	98,68