

➤➤ Module 1 : Rappels ◀◀

Tous ces rappels concernent le [chapitre 4 de la classe de Seconde](#) :

➤ **Définition** : soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . La fonction f est une **fonction polynôme du second degré** s'il existe trois réels a , b et c (avec $a \neq 0$) tels que : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

L'expression $ax^2 + bx + c$ est un **trinôme** du second degré.

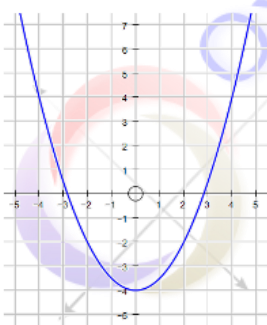
➤ **Propriétés essentielles** :

Soit f une fonction du second degré définie par la relation : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

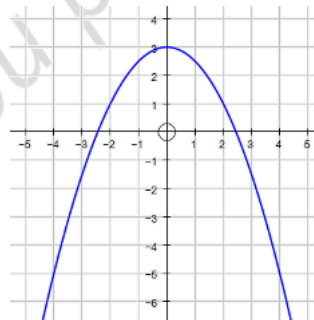
La courbe représentative de la fonction f est une parabole.

L'orientation de la parabole dépend du signe du coefficient a .

Si $a > 0$, la parabole est orientée "vers le haut".



Si $a < 0$, la parabole est orientée "vers le bas".



➤➤ Module 2 : Résolution des équations du second degré ◀◀

Consulter ce module sur Oxogone.fr

➤ **Définition** : une équation est une équation du second degré si elle peut s'écrire sous la forme : $ax^2 + bx + c = 0$ où a , b et c désignent trois nombres réels (avec $a \neq 0$).

Exemple : l'équation : $3,2x^2 + 5x - 1,1 = 0$ est une équation du second degré avec $a = 3,2$; $b = 5$ et $c = -1,1$

➤ Méthode de résolution des équations du second degré :

- ❶ on identifie la valeur des coefficients a , b et c
- ❷ on calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$
- ❸ on calcule les solutions en tenant compte du signe du discriminant Δ .
 - Si $\Delta > 0$: l'équation admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 que l'on calcule à l'aide des formules suivantes : $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
 - Si $\Delta = 0$: l'équation admet une unique solution x_0 que l'on calcule à l'aide de la formule suivante : $x_0 = -\frac{b}{2a}$
 - Si $\Delta < 0$: l'équation n'admet aucune solution.

Exemple de résolution (avec deux solutions distinctes) :

On résout l'équation : $x^2 + 2x - 15 = 0$. Il s'agit d'une équation du second degré.

- ❶ On identifie les coefficients : $a = 1$ $b = 2$ $c = -15$
- ❷ On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64$
- ❸ Le discriminant Δ est strictement positif, donc l'équation admet deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{64}}{2 \times 1} = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{64}}{2 \times 1} = -5$$

➤ Remarque : les solutions d'une équation du second degré (si elles existent) sont aussi appelées les **racines** de l'équation.

➤➤ Module 3 : Forme canonique ◀◀



➤ **Rappels** : Soit f une fonction polynôme du second degré définie par la relation : $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

La forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ est la forme développée.

La relation explicite peut aussi être écrite sous la forme : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ où α et β sont deux nombres réels.

Cette forme est la forme canonique. Si on désigne par S le sommet de la parabole qui représente la fonction f , nous avons : $S(\alpha ; \beta)$

➤ Comment passer de la forme canonique à la forme développée ?

C'est très simple : il suffit de développer la forme canonique.

Exemple : si $f(x) = -3(x-1)^2 + 5$ alors $f(x) = -3(x^2 - 2x + 1) + 5$ (on a utilisé une identité remarquable)

$$= -3x^2 + 6x - 3 + 5$$
$$= -3x^2 + 6x + 2$$

➤ Comment passer de la forme développée à la forme canonique ?

Passer de la forme développée à la forme canonique revient à calculer α et β à partir des coefficients a , b et c .

Pour cela :

❶ On utilise la formule : $\alpha = -\frac{b}{2a}$

❷ On utilise le fait que : $f(\alpha) = \beta$

Exemple : si $f(x) = 2x^2 - 28x + 101$

La forme canonique est : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, soit $f(x) = 2(x - \alpha)^2 + \beta$ puisque $a = 2$

Pour trouver α : on utilise la formule : $\alpha = -\frac{b}{2a} \Rightarrow \alpha = -\frac{-28}{2 \times 2} = 7$

Pour trouver β : on utilise la propriété : $f(\alpha) = \beta$, soit $\beta = f(7) = 2 \times 7^2 - 28 \times 7 + 101 = 3$

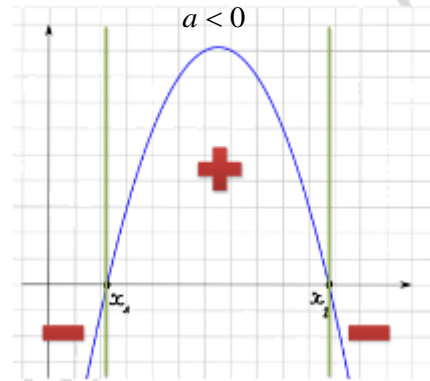
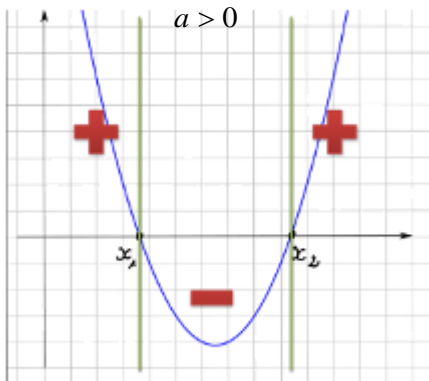
Il ne reste plus qu'à remplacer : $f(x) = 2(x - 7)^2 + 3$

➤➤ Module 4 : Signe d'un polynôme du second degré ◀◀

Consulter ce module sur Oxogone.fr

Comme dans le cadre de la résolution des équations du second degré, le signe d'un trinôme $ax^2 + bx + c$ dépend principalement du signe du discriminant Δ .

➤ **Quand $\Delta > 0$** : l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 . Ces solutions sont les abscisses des points d'intersection de la parabole (représentant la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$) et de l'axe des abscisses. Le signe du trinôme $ax^2 + bx + c$ dépend alors du signe de a .

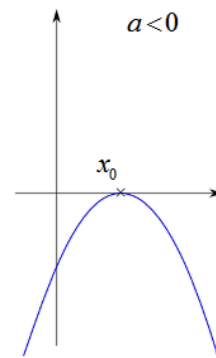
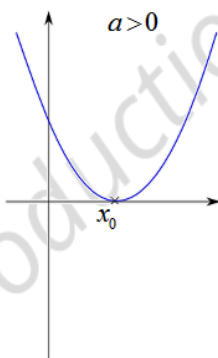


x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0	-

On peut résumer ces résultats ainsi : lorsque $\Delta > 0$, le trinôme $ax^2 + bx + c = 0$ est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire entre les racines.

➤ **Quand $\Delta = 0$** : l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une unique solution x_0 . Cette solution est l'abscisse de l'unique point d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses. Le signe du trinôme dépend aussi du signe de a .

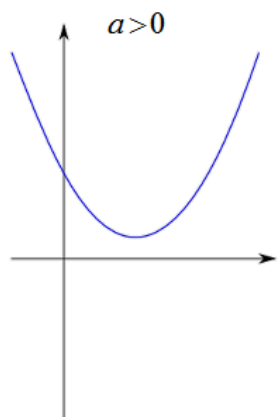


x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

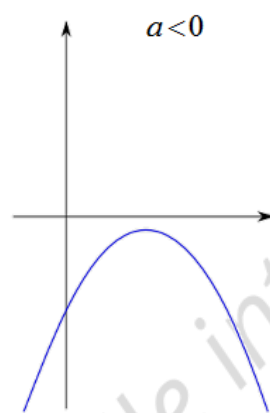
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

On peut résumer ces résultats ainsi : lorsque $\Delta = 0$, le trinôme $ax^2 + bx + c = 0$ est toujours du signe de a .

➤ **Quand $\Delta < 0$** : l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution. La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses. Le signe du trinôme dépend encore du signe de a .

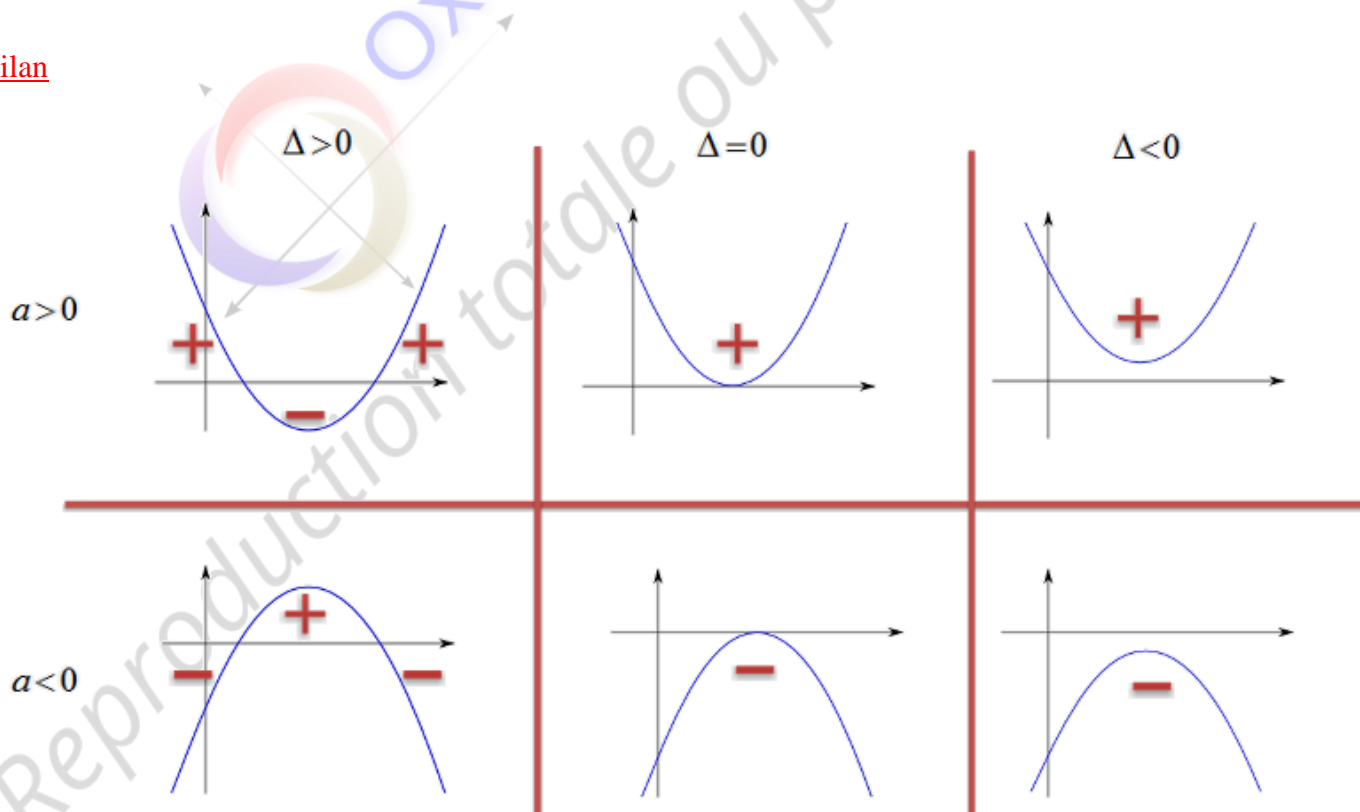


x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	



x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

Bilan



Le trinôme $ax^2 + bx + c$ est toujours du signe de a , sauf entre les racines quand il y en a deux.

➤➤ Module 5 : Autres fonctions polynômes ◀◀



Une fonction polynôme f est une fonction pouvant s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad \text{avec } n \in \mathbb{N} \text{ et } a_n; a_{n-1}; \dots; a_2; a_1; a_0 \text{ réels}$$

Si $a_n \neq 0$, n est le degré de la fonction polynôme f et le terme $a_n x^n$ est son terme de plus haut degré.

Si f est une fonction polynôme, alors $D_f = \mathbb{R}$.

Exemple : la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation : $f(x) = -2x^4 + 5x^3 + 0,5x^2 - 3x + 7$ est une fonction polynôme de degré 4 (on dit aussi du 4^{ème} degré). Son terme de plus haut degré est $-2x^4$.