➢➢ Module 1 : Pré-requis ➢➢

Consulter ce module sur Oxogone.fr

Pour réviser les acquis de Première sur les fonctions dérivées, veuillez consulter le résumé du chapitre correspondant

➢➢ Module 2 : Fonction dérivée et sens de variation ➢➢

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Principes essentiels pour l'étude d'une fonction

Les principes essentiels ont été abordés en classe de Première.

Rappelons les étapes essentielles de l'étude d'une fonction f :

❶ on détermine l'ensemble de définition D_f en cherchant les valeurs interdites

❷ on exprime $f'(x)$ en fonction de x et on précise l'intervalle sur lequel la fonction f est dérivable

❸ on étudie le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle sur lequel la fonction f est dérivable

❹ on utilise le théorème suivant pour dresser le tableau de variation de la fonction f :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et soit f' sa fonction dérivée.

- $f'(x) \geqslant 0$ quel que soit $x \in \mathrm{I}$ $\Leftrightarrow$ f est croissante sur I
- $f'(x) \leqslant 0$ quel que soit $x \in \mathrm{I}$ $\Leftrightarrow$ f est décroissante sur I
- $f'(x) = 0$ quel que soit $x \in \mathrm{I}$ $\Leftrightarrow$ f est constante sur I

❺ on trace la courbe représentative de la fonction f

2°) Recherche des extremums d'une fonction

La recherche des extremums d'une fonction s'appuie sur le théorème suivant :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et soit

- Si f admet un extremum en x_0 , alors $f'(x_0) = 0$
- Si $f'(x_0) = 0$ et f' change de signe en x_0, alors f admet un extremum en x_0

Attention : la condition « f' change de signe en x_0 » est indispensable. Si la dérivée s'annule sans changer de signe, il n'y a pas d'extremum. Par contre, la courbe représentative admet ce qu'on appelle un « point d'inflexion ». Cette notion sera abordée plus en détail au Chapitre 5 sur la Convexité.

Visiter le site Oxogone.fr Cours de maths en ligne

➢➢ Module 3 : Théorème des valeurs intermédiaires ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Stricte monotonie et continuité

➢ Définition : une fonction f est monotone sur un intervalle I si sa dérivée f' ne change pas de signe lorsque x décrit l'intervalle I.

➢ Stricte monotonie d'une fonction

- Une fonction f est strictement croissante sur un intervalle I si, et seulement si , quel que soit $x \in \mathrm{I} : f'(x) > 0$
- Une fonction f est strictement décroissante sur un intervalle I si, et seulement si , quel que soit $x \in \mathrm{I} : f'(x) < 0$
- Si une fonction est strictement croissante ou strictement décroissante sur un intervalle I, on dit qu'elle est strictement monotone sur I.

Remarque : dans un tableau de variation, les flèches indiquent toujours une stricte monotonie.

➢ Continuité d'une fonction

Une fonction f est continue sur un intervalle I si on peut tracer sa courbe représentative sur cet intervalle sans lever le crayon.

Continuité des fonctions usuelles :

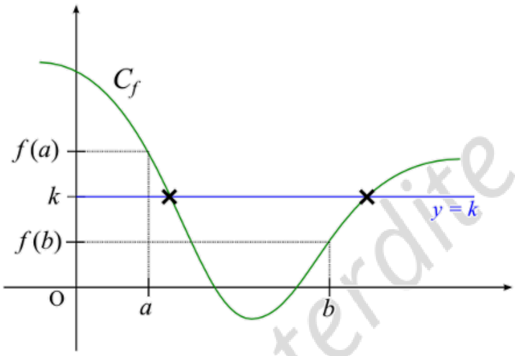
- Les fonctions affines sont continues sur $\mathbb{R}$ (sauf certaines fonctions affines par morceaux)
- Les fonctions polynômes sont continues sur $\mathbb{R}$
- Les quotients de fonctions polynômes sont continus sur leur ensemble de définition
- La fonction racine carrée est continue sur son ensemble de définition
- Les sommes, différences, produits et quotients de fonctions continues sur un intervalle I sont continues sur I

➢ Continuité et dérivabilité

Propriété : Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Si f est dérivable sur I, alors elle est continue sur I.

Attention : la réciproque n'est pas forcément vraie : une fonction peut-être continue et ne pas être dérivable.

2°) Le Théorème des Valeurs Intermédiaires (version 1)

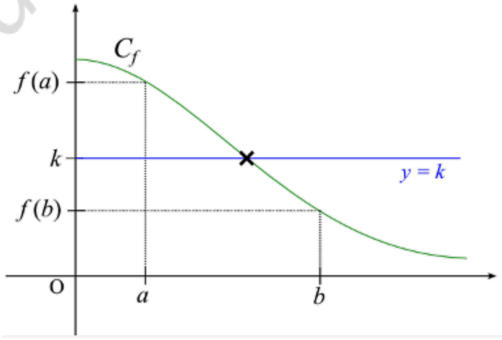


➢ Enoncé du TVI : Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle I. Soient a et b deux réels de I tels que $a < b$ et soit k un réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$. L'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution dans l'intervalle $]a;b[$.

➢ Utilité du TVI : dans cette première version, le TVI permet d'établir de manière certaine l'existence d'au moins une solution pour l'équation $f(x) = k$.

➢ Conseil : il ne faut surtout pas oublier de vérifier la continuité de la fonction sur l'intervalle I

3°) Le Théorème des Valeurs Intermédiaires (version 2)



➢ Enoncé du TVI : Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I. Soient a et b deux réels de I tels que $a < b$ et soit k un réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$. L'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans l'intervalle $]a;b[$.

➢ Utilité du TVI : dans cette seconde version, le TVI permet d'établir de manière certaine l'unicité de la solution pour l'équation $f(x) = k$. C'est la stricte monotonie qui permet cela.