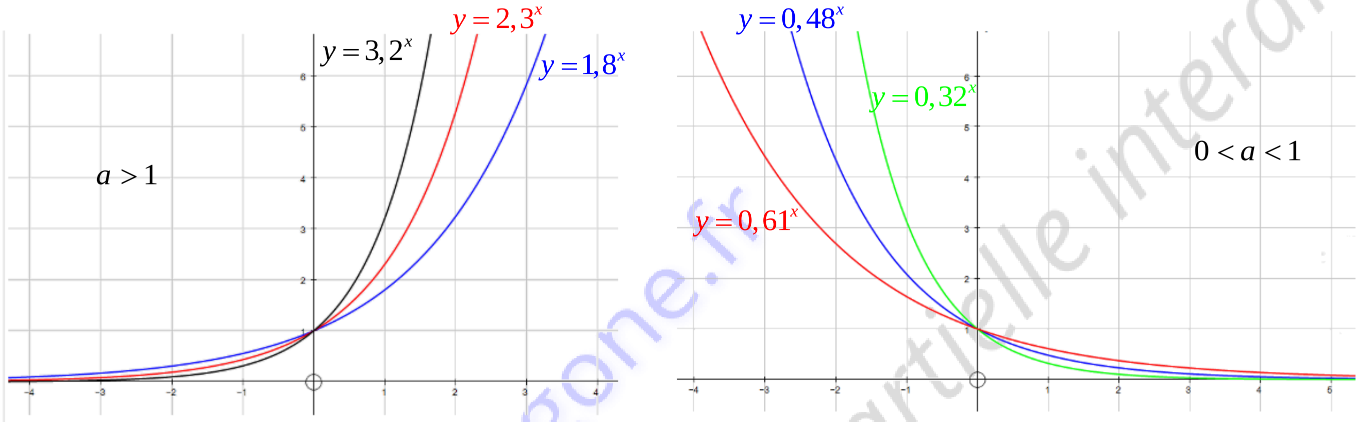
➤➤ Module 1 : Fonctions exponentielles de base *a* ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Les fonctions exponentielles de base *a*

➤ On appelle fonction exponentielle de base *a* toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $f(x) = a^x$ (où *a* est un nombre réel strictement positif)

➤ Courbe représentative



Remarque : si $a = 1$, la courbe représentative de la fonction exponentielle de base 1 est la droite horizontale d'équation : $y = 1$

➤ Propriété : quel que soit le réel strictement positif *a*, la courbe représentative de la fonction exponentielle de base *a* passe par le point A (0 ; 1)

2°) Formules sur les puissances

Vous avez étudié au collège diverses formules relatives aux puissances d'un nombre réel. Ces formules sont très utilisées dans le cadre de l'étude des fonctions exponentielles. Les voici :

Soient *a* et *b* deux nombres réels non nuls et soient *x* et *y* deux réels quelconques :

$a^0 = 1$ $\qquad a^x \times a^y = a^{x+y}$ $\qquad \left(a^x\right)^y = a^{x \times y}$ $\qquad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \ si \ a \geqslant 0$

$a^1 = a$ $\qquad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\qquad \dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$ $\qquad a^x \times b^x = (ab)^x$

➢➢ Module 2 : La fonction exponentielle de base *e* ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) La fonction exponentielle de base *e*

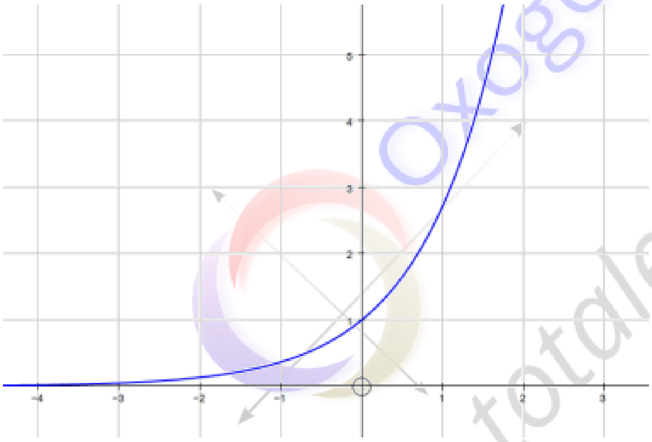
➢ La fonction exponentielle de base *e*, qu'on appelle simplement « la fonction exponentielle » est la fonction f qui, à tout nombre réel *x*, associe un nombre réel noté exp (*x*)

$f\,:\,x \mapsto \exp(x)\ \ (x\in\mathbb{R})$

➢ Propriété fondamentale : on désigne par la lettre *e* un nombre réel donné (aussi connu en maths que le nombre π) dont une valeur approchée à 10^{-3} est 2,718. Nous avons, pour tout réel *x* : $\exp(x) = e^x$

La fonction exponentielle est donc la fonction : $f\,:\,x \mapsto e^x\ \ (x\in\mathbb{R})$, ce qui explique son appellation « fonction exponentielle de base e »

➢ Courbe représentative : la fonction exponentielle est une fonction exponentielle comme les autres, avec une base supérieure à 1. Voici sa courbe représentative :



➢ Propriétés de la fonction exponentielle

Ces propriétés découlent immédiatement des propriétés sur les puissances vues au module 1 :

Soient *x* et *y* deux réels quelconques :

$$e^0 = 1 \qquad e^1 = e \qquad e^x \times e^y = e^{x+y}$$

$$\left(e^x\right)^y = e^{x\times y} \qquad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y} \qquad \frac{1}{e^x} = e^{-x}$$

$$e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

2°) Résolution des équations comportant des exponentielles

➢ Propriété utilisée : Soient x et y deux réels quelconques : $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$

➢ Exemple : On désire résoudre l'équation : $e^{2x-3} = e^{x+5}$

La propriété permet d'affirmer que : $e^{2x-3} = e^{x+5} \Rightarrow 2x-3 = x+5$

On obtient alors une équation « classique » facile à résoudre. Au final, on obtient : $x = 8$

➢ Petite astuce : comme $e^0 = 1$, on aura parfois intérêt à remplacer, dans l'équation à résoudre, 1 par e^0 .

3°) Résolution des inéquations comportant des exponentielles

➢ Propriété utilisée : La fonction exponentielle est croissante sur $\mathbb{R}$. C'est-à-dire que, si x et y sont deux réels quelconques : $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$

➢ Exemple : On désire résoudre l'inéquation : $e^{5x+3} > e^{3x-5}$

La propriété permet d'affirmer que : $e^{5x+3} > e^{3x-5} \Rightarrow 5x+3 > 3x-5$

On obtient alors une inéquation « classique » facile à résoudre. Au final, on obtient : $x > -4$

➢➢ Module 3 : Dérivation et exponentielles ≺≺

Consulter ce module sur Oxogone.fr

1°) Fonction dérivée de la fonction exponentielle

Soit $f : x \mapsto f(x) = e^x \ (x \in \mathbb{R})$ la fonction exponentielle.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, quel que soit $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^x$

2°) La formule essentielle

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et soit f la fonction définie sur I par la relation : $f(x) = e^{u(x)}$

La fonction f est dérivable sur I et, quel que soit $x \in \mathrm{I}$: $f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$

Exemple : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $f(x) = e^{3x-5}$

Posons : $u(x) = 3x-5$. La fonction u est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et, quel que soit $x \in \mathbb{R}$: $u'(x) = 3$

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, quel que soit $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)} = 3 \times e^{3x-5}$

3°) Continuité

Soit u une fonction définie et continue sur un intervalle I. La fonction $f : x \mapsto e^{u(x)} \ (x \in \mathrm{I})$ est continue sur I

Visiter le site Oxogone.fr Cours de maths en ligne